

Seconde - Fonctions affines

1. Rappels : définitions et propriétés

1. Définition

Une **fonction affine** est une fonction définie sur \mathbb{R} dont l'expression peut s'écrire $f(x) = ax + b$.

Les réels a et b sont constants.

a est le **coefficient directeur**, b est l'**ordonnée à l'origine**.

2. Exemples

On donne $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = (1 - x)^2$ et $h(x) = x^2 - (x + 1)^2$.

- f est affine avec $a = 2$ et $b = -4$.
- g n'est pas affine. On peut développer $g(x) = 1 - 2x + x^2$ et on ne peut se débarrasser du terme en x^2
- h est affine, en effet $h(x) = x^2 - (x^2 + 2x + 1) = -2x - 1$. Ainsi $a = -2$ et $b = -1$.

3. Théorème

La représentation graphique d'une fonction affine **est une droite**.

Pour la représenter on peut choisir deux valeurs de x :

x	0	1
$2x - 4$	-4	-2

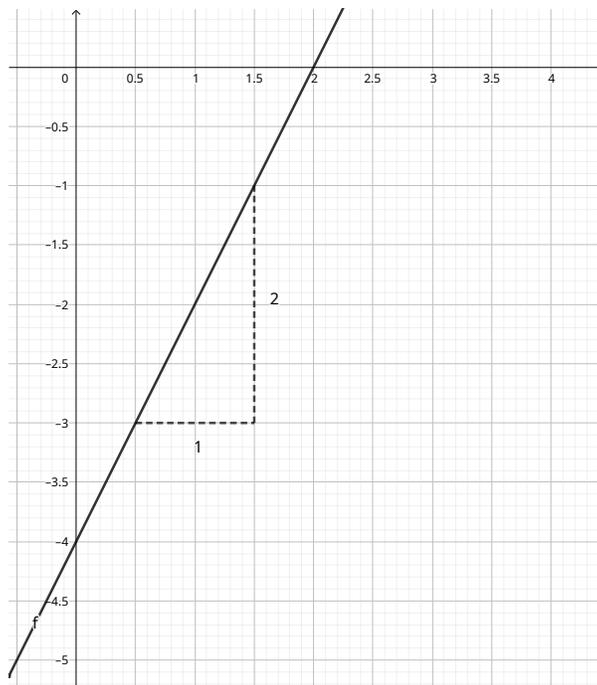


Figure 1: fig 1

2. Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

1. Lecture graphique

- L'ordonnée à laquelle la courbe de la fonction f définie par $f(x) = ax + b$ coupe l'axe des ordonnées est b .
- Le coefficient directeur se lit en choisissant deux points de la droite, séparés d'un en abscisse. L'écart sur les ordonnées entre le point de gauche et le point de droite est a .

2. Par le calcul

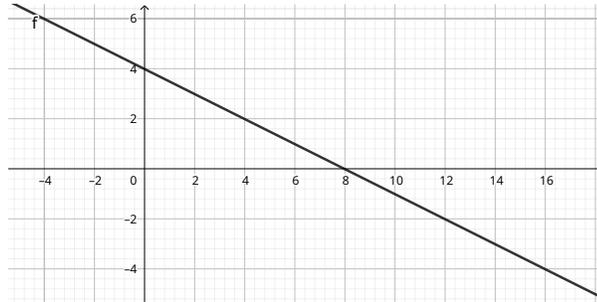
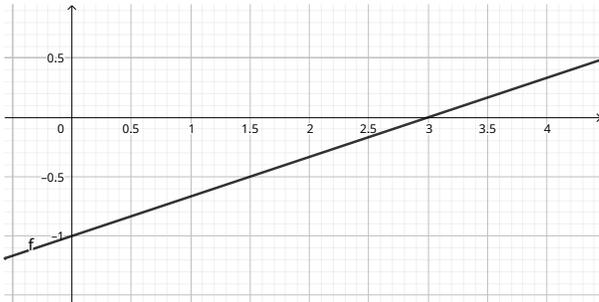
Pour deux points distincts $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ de la droite d , on a

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ et } b = y_A - ax_A$$

3. Sens de variation des fonctions affines

Soit f la fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ alors :

- si $a > 0$, f est **strictement croissante** sur \mathbb{R} ,
- si $a < 0$, f est **strictement décroissante** sur \mathbb{R} ,
- si $a = 0$, f est **constante** sur \mathbb{R} .



Remarque : si $b = 0$, la fonction est dite *linéaire* et sa courbe passe par l'origine.

4. Signe d'une fonction affine

$f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ est affine avec $a = \frac{1}{3} > 0$ donc est strictement croissante sur \mathbb{R} .

De plus, $f(3) = 0$ donc :

- pour tout $x < 3$, $f(x) < 0$
- pour tout $x > 3$, $f(x) > 0$

Théorème

Le signe d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$ est déterminé par deux éléments :

- Le signe de a
- la valeur de $-\frac{b}{a}$

Il se résume ainsi :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $-a$		signe de a