AUTOMATISMES

Proportions et pourcentages :

☐ calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;

☐ calculer la proportion d'une proportion.

Évolutions et variations :

☐ passer d'une formulation additive (« augmenter de 5 % », respectivement « diminuer de 5 % ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;

☐ appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;

☐ calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ;

☐ interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ;

☐ calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;

☐ calculer un taux d'évolution réciproque ;

☐ *reconnaître une situation contextualisée se modélisant par une suite géométrique dont on identifie la raison*.

Calcul numérique et algébrique :

☐ effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;

☐ effectuer des opérations sur les puissances ;

☐ passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;

☐ estimer un ordre de grandeur ;

☐ effectuer des conversions d'unités ;

☐ résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x_2 = a$;

☐ déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ;

☐ isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;

☐ effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ;

☐ développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple ;

☐ *calculer la dérivée d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 3 ;*

☐ *calculer le coefficient directeur de la tangente en un point à une courbe à l'aide de la dérivée*.

Fonctions et représentations :

☐ déterminer graphiquement des images et des antécédents ;

☐ résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$… ;

☐ *déterminer le signe d'une expression factorisée du second degré à l'aide d'une image mentale de la courbe représentative de la fonction correspondante ;*

☐ déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ;

☐ exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ;

☐ tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ;

☐ lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ;

☐ déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points ;

☐ *déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente à une courbe*.

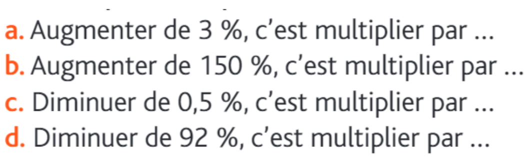
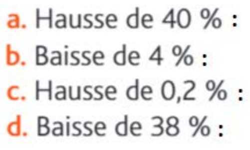
Représentations graphiques de données chiffrées :

☐ lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles…) ;

☐ passer du graphique aux données et *vice versa*.

1	Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 filles. La proportion, en pourcentage, de filles de cette classe est :	
2	Dans un groupe de 60 personnes, 45 portent des lunettes. La proportion, en pourcentage, de personnes portant des lunettes dans ce groupe est :	
3	Compléter :	$\frac{1}{5} = ...\ \%$
4	Compléter :	$0{,}02 = \frac{...}{100}$
5	Compléter :	$80\ \% = \frac{...}{5}$
6	Compléter :	$\frac{1}{20} = ...\ \%$
7	Donner la fraction irréductible égale à 75 %.	
8	Compléter :	0,7 = … %
9	Calculer $\frac{2}{3}$ de 15.	
10	Calculer $\frac{3}{4}$ de 80.	
11	Calculer 30 % de 80.	
12	Calculer 50 % de 281.	
13	Calculer 20 % de 860.	
14	Ecrire sous forme décimale 27,2 %.	
15	Calculer 25 % de 128.	

16	Calculer 15 % de 160.	
17	Ecrire 0,001 sous la forme d’un pourcentage.	
18	Calculer 200 % de 2.	
19	Dans un lycée technologique, 200 élèves se sont présentés au baccalauréat. 90 % des élèves ont été reçus. Calculer le nombre d’élèves reçus.	
20	Lors d’une élection, 4200 personnes ont pris part au vote, soit 60 % des électeurs inscrits. Combien y avait-il d’électeurs inscrits ?	
21	Un club de football compte 36 joueurs « débutants ». Calculer le nombre total de joueurs du club, sachant que les « débutants » représentent 12 % de l’effectif total.	
22	Dans une classe de terminale, il y a 30 % de garçons, dont 60 % ont 17 ans. Calculer la proportion des garçons de 17 ans dans cette classe.	
23	Dans une boisson au jus de fruits, on trouve 40 % de pur jus d’agrumes, dont 60 % de pur jus d’orange. Quel est le pourcentage de pur jus d’orange dans cette boisson ?	
24	Dans une entreprise de 150 personnes, 18 sont en CDD. Calculer la proportion (en %) des salariés en CDD.	
25	Dans une entreprise de 50 personnes, 6 % sont en contrat d’apprentissage. Calculer le nombre de salariés en contrat d’apprentissage.	
26	Dans un camping situé à Belle-Île-en-Mer, on a recueilli, pour la période estivale, les informations suivantes : - le camping a accueilli 40 % de vacanciers étrangers ; - parmi les touristes étrangers, la proportion de ceux qui dorment sous une tente est égale à 0,6. Calculer la proportion de touristes étrangers dormant sous une tente parmi l’ensemble des vacanciers.	

<table>
<tr><td>27</td><td>Compléter :</td><td>
a. Augmenter de 3 %, c’est multiplier par …
b. Augmenter de 150 %, c’est multiplier par …
c. Diminuer de 0,5 %, c’est multiplier par …
d. Diminuer de 92 %, c’est multiplier par …</td></tr>
<tr><td>28</td><td>Indiquer le coefficient multiplicateur correspondant à chaque évolution.</td><td>
a. Hausse de 40 % :
b. Baisse de 4 % :
c. Hausse de 0,2 % :
d. Baisse de 38 % :</td></tr>
<tr><td>29</td><td>Un ordinateur coûte 520 €.
Calculer son prix après une réduction de 10 %.</td><td></td></tr>
<tr><td>30</td><td>Un objet coûte 330 €.
Calculer son prix après une réduction de 15 %.</td><td></td></tr>
<tr><td>31</td><td>Entourer la bonne réponse.</td><td><table>
<tr><td>1. Coefficient multiplicateur pour une baisse de 10 % ?</td><td>–0,10</td><td>–0,9</td><td>0,9</td></tr>
<tr><td>2. Coefficient multiplicateur pour une baisse de 5 % ?</td><td>0,80</td><td>0,95</td><td>1,05</td></tr>
<tr><td>3. Coefficient multiplicateur pour une augmentation de 10 % ?</td><td>0,10</td><td>1,10</td><td>0,90</td></tr>
<tr><td>4. Coefficient multiplicateur pour une baisse de 25 % ?</td><td>0,0125</td><td>1,25</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>5. Coefficient multiplicateur pour une hausse de 25 % ?</td><td>1,25</td><td>0,75</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>6. Coefficient multiplicateur pour une baisse de 7,5 % ?</td><td>0,925</td><td>0,75</td><td>1,75</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>32</td><td>Le prix Hors Taxes d’un article est de 34,50 €.
Le taux de la TVA est de 20 %.
Calculer le prix Toutes Taxes Comprises de cet article.</td><td></td></tr>
<tr><td>33</td><td>Un voyage valait 240€ le premier janvier 2015.
Son prix augmente de 15 % en un an.
Calculer le prix de ce voyage le premier janvier 2016.</td><td></td></tr>
<tr><td>34</td><td>Compléter :</td><td><table>
<tr><th><i>Evolution</i></th><th><i>Coefficient Multiplicateur</i></th></tr>
<tr><td></td><td>1,12</td></tr>
<tr><td></td><td>0,7</td></tr>
<tr><td></td><td>0,81</td></tr>
<tr><td></td><td>1,034</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

35	Quel est le taux d'évolution pour passer de 200 à 220 ?	
36	QCM Le taux d'évolution associé au coefficient multiplicateur 1,2 est : réponse A : +120 % réponse B : + 1,2 % réponse C : + 20 % réponse D : + 2 %	
37	QCM Un prix de 150 € subit une hausse de 10 %, le nouveau prix est : réponse A : 150,1 € réponse B : 160 € réponse C : 165 € réponse D : 151,1 €	
38	QCM Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 5 % est : réponse A : 0,05 réponse B : 1,05 réponse C : 1,5 réponse D : 5	
39	QCM Le taux d'évolution associé à un coefficient multiplicateur 0,85 est : réponse A : – 15 % réponse B : + 85 % réponse C : + 15 % réponse D : – 0,15 %	
40	QCM Le coefficient multiplicateur global associé à deux hausses successives de 10 % et de 20 % est : réponse A : 1,30 réponse B : 1,2 × 1,3 réponse C : 0,1 × 0,2 réponse D : 1,1 × 1,2	
41	Donner le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 150 %.	
42	Le prix d'un objet est de 150 €. S'il subit une hausse de 10 % puis une baisse de 10 % alors son prix est à nouveau de 150 €. Vrai ou faux ?	

43	QCM : Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 0,3 % est : réponse A : 0,7 réponse B : 0,97 réponse C : 0,997 réponse D : 1,03	
44	QCM Le taux d’évolution associé à un coefficient multiplicateur 0,975 est : réponse A : + 97,5 % réponse B : + 25 % réponse C : – 2,5 % réponse D : – 25 %	
45	QCM Si une grandeur subit trois évolutions successives de +3%, –5 % et + 7% alors elle est multipliée par : réponse A : 1,3 × 1,5 × 1,7 réponse B : 1,03 × 0,95 × 1, 07 réponse C : 3 – 5 + 7 réponse D : 3 × (–5) × 7	
46	Donner le taux d’évolution global associé à deux baisses successives de 20 %.	
47	La population d’un village subit 3 baisses successives de 5%. Il y avait initialement 1540 habitants dans le village. Indiquer un calcul qu’il faudrait effectuer pour obtenir le nombre d’habitants après ces trois baisses.	
48	Quel calcul effectuer pour répondre à la question : « *Un article valant 85 € est affiché à 65 € durant les soldes. Quel est le pourcentage de solde sur cet article ?* »	
49	Après une hausse de 15 %, un produit coûtait 92 €/L. Donner le calcul permettant d’obtenir le prix par litre avant la hausse.	
50	Quel est le taux d’évolution pour passer de 30 à 90 ?	
51	Le personnel d’une agence immobilière est passé de 10 à 6 personnes. Calculer le taux d’évolution en pourcentage.	

52	Pendant les soldes, le prix d’un meuble passe de 500 € à 410 €. Quel est le pourcentage de solde sur cet article ?	
53	L’indice de référence des loyers a été fixé à 100 en 1998. En 2018, il est égal à 128,45. Quel est le pourcentage d’augmentation des loyers de 1998 à 2018 ?	
54	Un article subit une baisse de 40 % puis une baisse de 20 %. Calculer le taux global de réduction.	
55	Un article coûtait initialement 37 €. Le prix de cet article subit trois baisses successives de 5 %. Indiquer un calcul qu’il faudrait effectuer pour obtenir le prix de l’article après ces trois baisses.	
56	Quel est le taux d’évolution réciproque d’une hausse de 100 % ?	
57	Un pantalon est soldé 20 %. Le prix soldé est 80 €. Calculer le prix initial de ce pantalon.	
58	QCM Une action boursière a baissé de 20 %. Pour retrouver sa valeur avant la baisse, elle doit augmenter de : réponse A : 80 % réponse B : 20 % réponse C : 25 % réponse D : 12 %	
59	Peut-on modéliser la situation suivante par une suite géométrique ? (Si oui, préciser la raison.) *La production d’une entreprise augmente de 1000 objets par an.*	

60	Peut-on modéliser la situation suivante par une suite géométrique ? (Si oui, préciser la raison.) *Le chiffre d'affaires d'une entreprise augmente de 3 % par an.*	
61	Peut-on modéliser la situation suivante par une suite géométrique ? (Si oui, préciser la raison.) *Le loyer d'un locataire, initialement de 850 €, augmente de 40 € chaque année.*	
62	Peut-on modéliser la situation suivante par une suite géométrique ? (Si oui, préciser la raison.) *Chaque année, 90 % des abonnés à un magazine renouvellent leur abonnement annuel et il y a 400 nouveaux abonnés.*	
63	<table><tr><td>Valeur</td><td>12</td><td></td></tr><tr><td>Indice</td><td>100</td><td>150</td></tr></table>Calculer la valeur manquante.	
64	Calculer 15 % de 50 €.	
65	Comparer $\frac{40}{60}$ et $\frac{7}{15}$.	
66	Comparer $\frac{300}{40}$ et $\frac{45}{6}$.	
67	Comparer $\frac{19}{13}$ et $\frac{11}{-7}$.	
68	Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$	
69	Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $\frac{-3}{10}+\frac{5}{7}$	
70	Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $-2+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$	

71	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $\frac{8}{7}\times\frac{49}{40}$	
72	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $\frac{1}{3}+5\times\frac{1}{4}$	
73	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $\frac{9}{\frac{3}{4}}$	
74	Ranger dans l’ordre croissant les nombres : $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{7}$.	
75	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$.	
76	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $1-\frac{1}{10}\times\frac{45}{10}$.	
77	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $\frac{\frac{15}{2}}{\frac{25}{8}}$.	
78	Calculer et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible : $3\times\frac{2}{7}-4$.	
79	Ecrire le nombre suivant sous la forme d’une seule puissance de 5 : $5 \times 5^{13} \times 5^{-15}$	
80	Ecrire sous la forme 2^k le nombre D = $\frac{8}{2^6}\times 4^5$.	

81	Simplifier $5^7 \times 5^{-2}$.	
82	Ecrire sous la forme 3^k le nombre C = $\frac{3^9}{27} \times \frac{9}{3^4}$.	
83	Calculer $B = \frac{2^{-3}}{2^{-5}}$.	
84	Ecrire le nombre suivant sous la forme d'une seule puissance de 2 : $\frac{2^{-1} \times 2^8}{2^3}$	
85	Ecrire le nombre suivant sous la forme d'une seule puissance de 2 : $\frac{2^4 \times 2^{10}}{2^8}$	
86	Compléter :	$5^0 = \ldots$
87	Calculer $(-0,03)^1$.	
88	Ecrire sous la forme d'une fraction puis sous forme décimale : 10^{-1}	
89	Ecrire sous la forme d'une fraction puis sous forme décimale : 5^{-2}	
90	Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $\frac{35^3}{(-7)^3}$	
91	Calculer : $\frac{6 \times 10^{-8} \times 12 \times 10^{14}}{9 \times 10^2}$	
92	Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible : 0,6.	
93	Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible : 0,45.	

94	Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de : dix mille	
95	Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de : un milliard huit cent mille	
96	Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de : cinq millièmes	
97	Donner l'écriture décimale : $6{,}02 \times 10^4$	
98	Donner le résultat en écriture scientifique : $2 \times 10^8 \times 5{,}5 \times 10^6$	
99	Donner le résultat en écriture scientifique : $\frac{2\times10^5}{8\times10^{12}}$	
100	Donner l'écriture scientifique de 0,000 006.	
101	Donner l'écriture fractionnaire de 0,000 007.	
102	Une ville contient 123 526 habitants. Quel est l'ordre de grandeur du nombre d'habitants de cette ville ?	
103	QCM 4258 × 4802 = ? réponse A : 198 916 réponse B : 16 053 916 réponse C : 20 446 916	
104	QCM 2836 × 3157 = ? réponse A : 693 252 réponse B : 6 953 252 réponse C : 8 953 252	
105	Compléter :	30,4 m = ………… mm
106	Compléter :	600 000 m = ………… km
107	Compléter :	42,195 km = ………… m
108	Compléter :	20 ha = ………… m²
109	Compléter :	52 L = ………… m^3
110	Convertir 20 kg en tonnes.	

111	Estimer l’ordre de grandeur de $719 \times 0{,}0189$.	
112	Compléter :	185 min = ……… h et ……… min
113	Compléter :	4,2 h = ……… h et ……… min
114	Compléter :	153 min = ……… h et ……… min
115	Résoudre : $7 + 5x = 4 - 2x$	
116	Résoudre : $-x + 11 = 4x - 12$	
117	Résoudre : $7 - 5x = 1 - 4x$	
118	Résoudre : $2x - 7 \leq -3x$	
119	Résoudre : $0{,}5\,x - 5 \geq -7$	

120	Résoudre : $-4x + 10 > 30$	
121	Résoudre : $3x - 5 < -4 + 7x$	
122	Résoudre : $-2x \geq 4x - 12$	
123	Résoudre : $x^2 + 7 = 0$	
124	Résoudre : $x^2 - 121 = 0$	
125	Résoudre $9x^2 = 1$	
126	Résoudre $4x^2 - 36 = 0$	

127	Dresser le tableau de signe de $f(x) = –5x + 10$.	
128	Dresser le tableau de signe de $h(x) = 6x + 30$.	
129	Dresser le tableau de signe de $f(x) = 12 – 3x$	
130	Dresser le tableau de signes de $g(x) = (x –3)(3x + 1)$	
131	Déterminer le signe de $h(x) = (–x + 5)(4x – 2)$	
132	Déterminer le signe de $f(x) = –3(x – 7)(2x + 1)$	

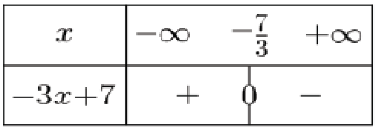
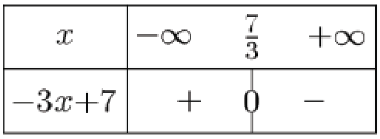
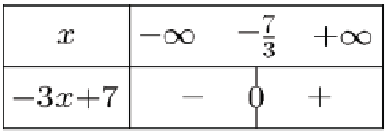
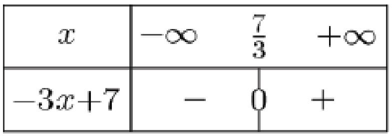
133	On donne $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$. Exprimer V_D en fonction de t et V_A.	
134	Le prix au m² d'un appartement est donné par la formule : prix au m² = $\frac{\text{prix}}{\text{surface (en m}^2\text{)}}$. Un appartement de 35 m² coûte 140 000 €. Quel est le prix au m² de cet appartement ?	
135	Le bénéfice B est donné par la formule : B = R – C où R représente la recette et C représente le coût. Calculer le bénéfice obtenu pour un coût de 1300 € et une recette de 2157 €.	
136	La tension U, en volts, est donnée par la formule U = RI où R est la résistance (en ohms) et I est l'intensité (en ampères). Si R = 20 Ω et I = 15 mA, que vaut la tension ?	
137	On sait que le volume d'un cône est $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Exprimer r en fonction de V et de h.	
138	Construire le tableau de signes de $-2(x-1)^2$.	
139	On donne $y_A = ax_A + b$. Exprimer b en fonction de a, x_A et y_A.	
140	La concentration molaire, exprimée en mol.L^{-1} est donnée par la formule suivante : $C = \frac{n}{V}$ où n est la quantité de matière (en mol) et V est le volume en L. Quelle est la concentration molaire dans une solution de 50 cL où la quantité de matière est de 3 mol ?	
141	L'aire d'un disque est donnée par la formule A = πr^2 où r est son rayon. Que vaut l'aire exacte d'un disque de 6 cm de rayon ?	

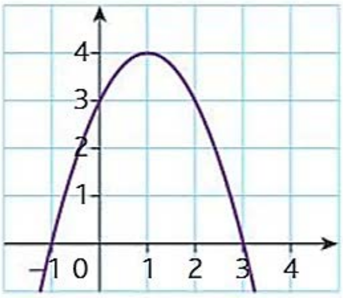
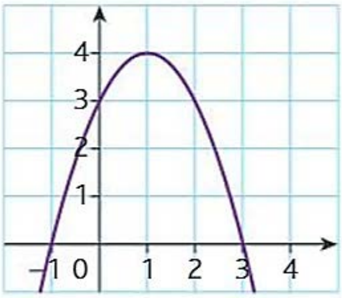
142	Construire le tableau de signes de $7(x + 8)(2x - 1)$.	
143	Résoudre : $-2x + 7 \geq 3$.	
144	Le prix d'une commande de n articles coûtant chacun c (en euros) est : $c \times n + p$ où p représente les frais de port. On dispose d'un budget maximal b (en euros). On a donc $c \times n + p \leq b$. Isoler n dans cette inégalité.	
145	Développer et réduire : $3(2x - 5)$	
146	Développer et réduire : $(7x + 8)^2$	
147	Développer et réduire : $(3x - 7)^2$	
148	Développer et réduire : $(6x - 1)^2$	
149	Développer et réduire : $(2x + 3)(2x - 3)$	

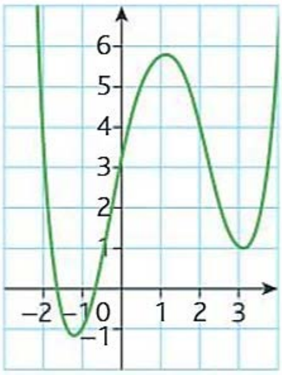
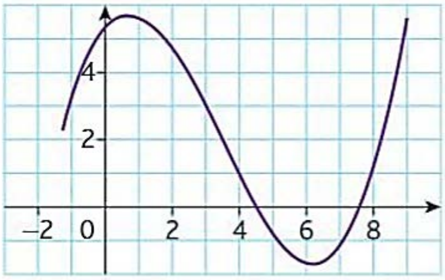
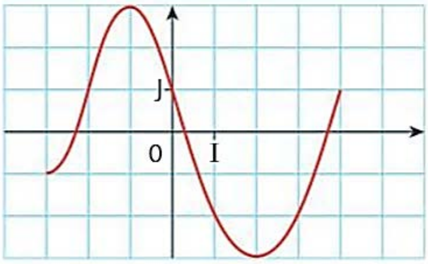
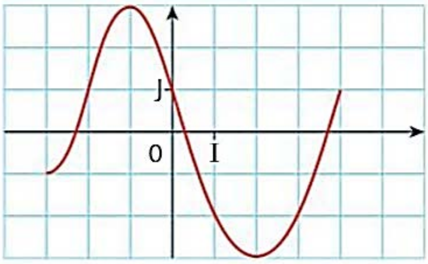
150	Développer et réduire : $(3x + 5)(x - 1)$	
151	Développer et réduire : $4(2x - 3)(5 - 3x)$	
152	Développer et réduire : $2x(5x + 4)$	
153	Développer et réduire : $4x - (5 - 3x)^2$	
154	Développer et réduire : $-(x + 8)^2$	
155	Factoriser : $5x + 5y$	
156	Factoriser : $x^2 + 2x$	
157	Factoriser : $(3x + 1)(5x + 3) + (3x + 1)(2x + 2)$	
158	Factoriser : $(x - 2)(2x + 3) - (x - 2)(2x + 5)$	

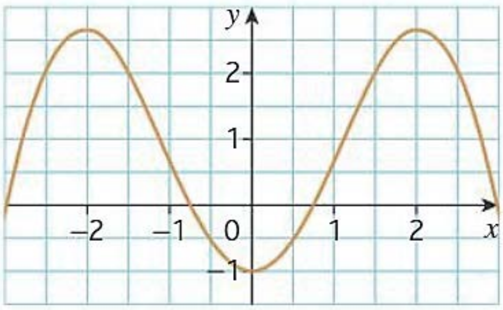
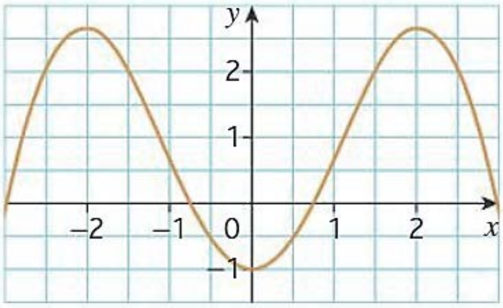
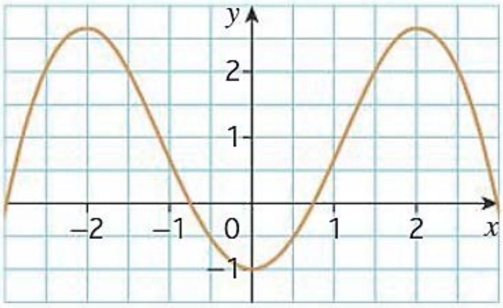
159	Factoriser : $(x-3)(x+1)+(x+1)^2$	
160	Factoriser : $(5x+11)(4x+1)+(5x+11)(x+3)$	
161	Factoriser $(x-4)^2+3(x-4)(x+5)$	
162	Calculer la dérivée. $f(x)=4x^2+5x-3$	
163	Calculer la dérivée. $f(x)=x^2-10x+153$	
164	Calculer la dérivée. $f(x)=2x^3+7x^2-5x+4$	
165	Calculer la dérivée. $f(x)=6x^3+2x^2-5$	
166	Calculer la dérivée. $f(x)=-7x^3+3x+15$	
167	Calculer la dérivée. $f(x)=\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{7}x+3$	
168	Calculer la dérivée. $f(x)=-\frac{x}{4}+3$	
169	Calculer la dérivée. $f(t)=\frac{3}{4}t^2-2t+1$	
170	Calculer la dérivée. $f(x)=6x^3+10x^2-22$	
171	Factoriser x^2-81	
172	Factoriser $4x^2-25$	

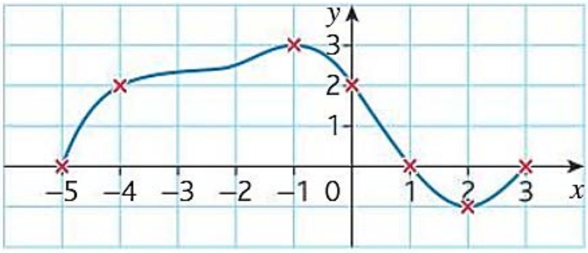
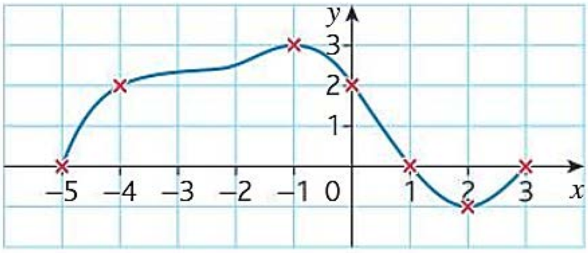
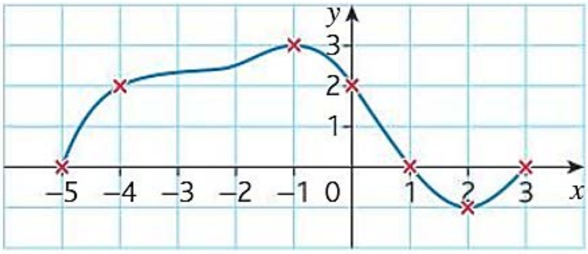
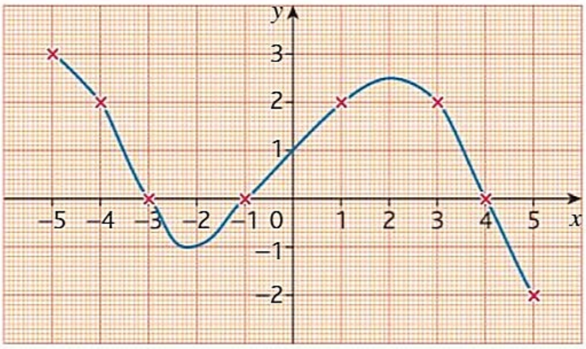
173	Factoriser $100 - x^2$	
174	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - x + 7$ Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.	
175	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 2$ Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.	
176	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse –1.	
177	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 2x + 11$ Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.	
178	QCM La dérivée de $f(x) = \frac{3x^2}{2} + 5x - 0,5$ est : réponse A : $6x + 5$ réponse B : $\frac{6}{3}x + 4,5$ réponse C : $2x + 5$ réponse D : $3x + 5$	
179	QCM La dérivée de $g(x) = x^2 (3x + 2)$ est : réponse A : $6x$ réponse B : $9x^2 + 4x$ réponse C : $2x (3x + 2)$ réponse D : $3x^2 + 2x$	
180	QCM Parmi les fonctions proposées, quelle est celle qui a pour dérivée $t \mapsto 3t^2 - 2t$? réponse A : $f(t) = 3t^3 - 2t^2$ réponse B : $g(t) = t^3 - 2t^2$ réponse C : $h(t) = t^2 (t - 1)$ réponse D : $u(t) = 0,5 t^3 - t^2$	
181	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 - 7x + 2$ Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 4.	

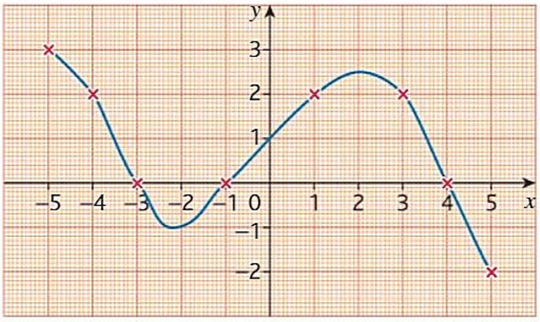
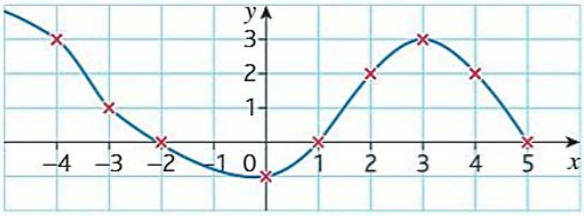
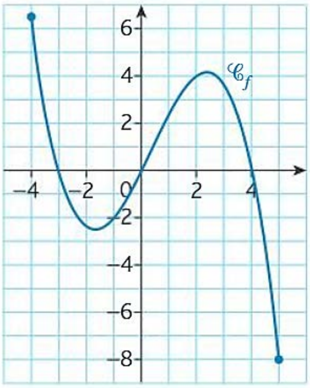
<table>
<tr><td>182</td><td>Pour tout réel x, $\frac{4x+1}{2}=2x+1$.
Vrai ou faux ?</td><td></td></tr>
<tr><td>183</td><td>Pour tout réel x, $(2x-1)(3x+2)=6x^2-2$.
Vrai ou faux ?</td><td></td></tr>
<tr><td>184</td><td>QCM
$\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{14}=$
réponse A : $\frac{1}{12}$
réponse B : $\frac{3}{70}$
réponse C : $\frac{49}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>185</td><td>QCM
Une forme factorisée de $4x^2-9$ est :
réponse A : $(2x-3)^2$
réponse B : $(2x-3)(2x+3)$
réponse C : $(4x-3)(4x+3)$
réponse D : $(4x-3)^2$</td><td></td></tr>
<tr><td>186</td><td>Calculer 0,4 × 0,6.</td><td></td></tr>
<tr><td>187</td><td>QCM
Le tableau de signes de $f(x)=-3x+7$ est :
A.

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{7}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-3x+7$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table>
B.

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{7}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-3x+7$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table>
C.

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{7}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-3x+7$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>
D.

<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{7}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-3x+7$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

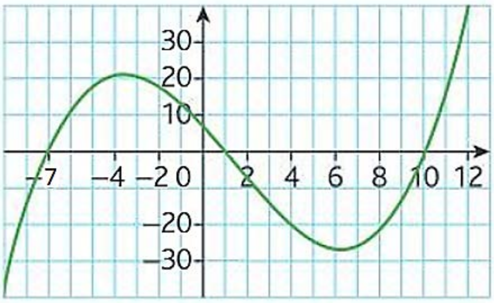
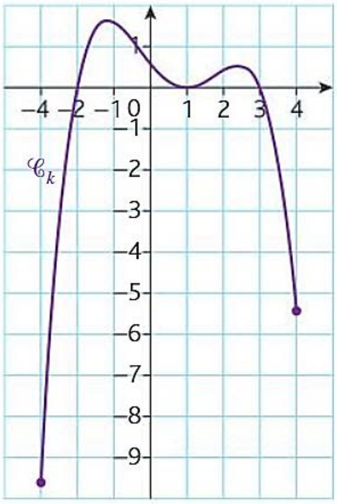
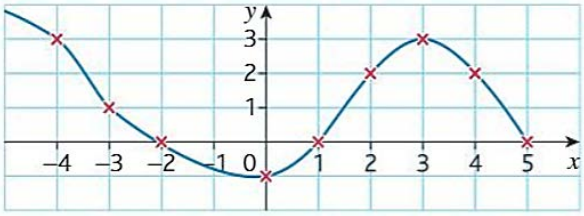
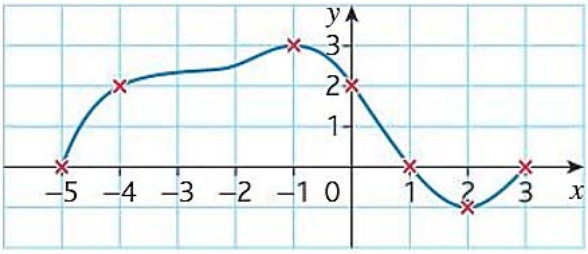
188	QCM Un véhicule roule à 120 km/h. Quelle distance parcourt-il en 36 min ? réponse A : 43,2 km réponse B : 4320 km réponse C : 72 km réponse D : 36 km	
189	Comparer $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{9}$.	
190	Sachant que $f(x) = 2x^2 + 3x - 5 = (x - 1)(2x + 5)$, laquelle des deux écritures est-il judicieux de choisir pour résoudre l'équation $f(x) = 0$?	
191	Sachant que $f(x) = 2x^2 + 3x - 5 = (x - 1)(2x + 5)$, laquelle des deux écritures est-il judicieux de choisir pour résoudre l'équation $f(x) = -5$?	
192	Quelle propriété doit-on utiliser pour résoudre l'équation $x(5x - 7) = 0$?	
193	QCM Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse 0 est : réponse A : 1 réponse B : $2x + 2$ réponse C : 2 réponse D : 4	
194	On considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.  Compléter :	L'image de 1 par f est ……… Les antécédents de 3 par f sont ………
195	On considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.  Compléter :	L'image de –1 par f est ……… $f(2)$ = ………

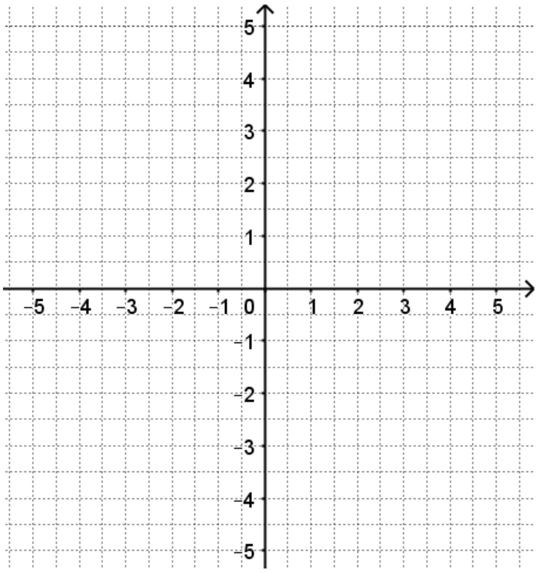
196	On considère la courbe représentative d’une fonction *g* définie sur $\mathbb{R}$.  Compléter :	L’image de 3 par *g* est ……… L’image de 0 par *g* est ……… L’image de –2 par *g* est ………
197	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *h* définie sur [–1,2 ; 9].  Observer le graphique et compléter les phrases suivantes avec la précision permise par le graphique.	Les antécédents de 3 par *h* sont ……… Les antécédents de 1 par *h* sont ………
198	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–3 ; 4].  Compléter :	L’image de 1 par *f* est ……… L’image de 2 par *f* est ………
199	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–3 ; 4].  Déterminer le(s) antécédent(s) de –2 par *f*.	

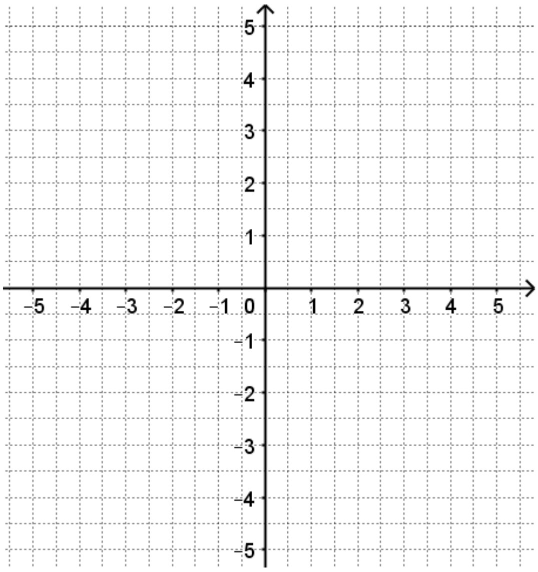
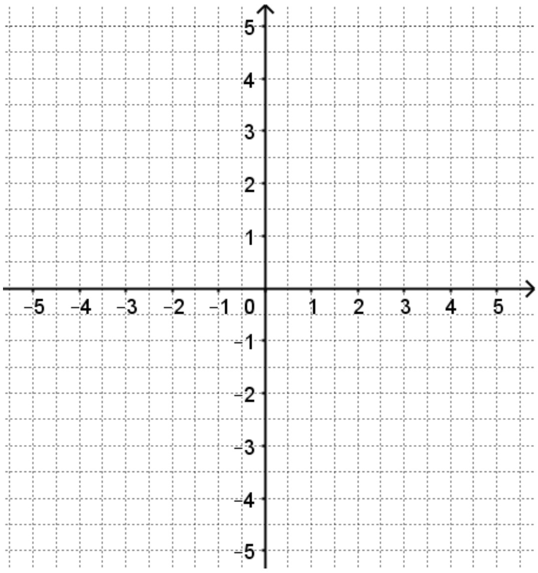
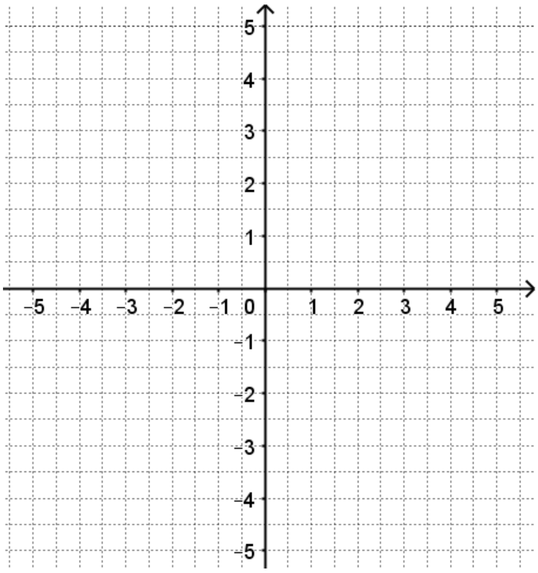
200	QCM On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–3 ; 3].  L’image de 2,5 est : réponse A : 4 réponse B : 2,5 réponse C : 1,8 réponse D : 2	
201	QCM On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–3 ; 3].  L’antécédent de –1 : réponse A : n’existe pas réponse B : est –1 réponse C : est 0 réponse D : est 0,6	
202	QCM On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–3 ; 3].  2 a pour antécédents : réponse A : –5 ; –3 ; 3 et 5 réponse B : 2,6 réponse C : 1,5 et 2,5 réponse D : –2,5 ; –1,5 ; 1,5 et 2,5	

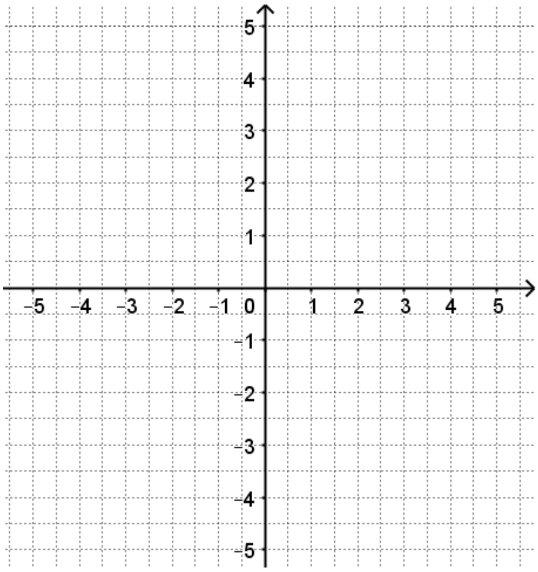
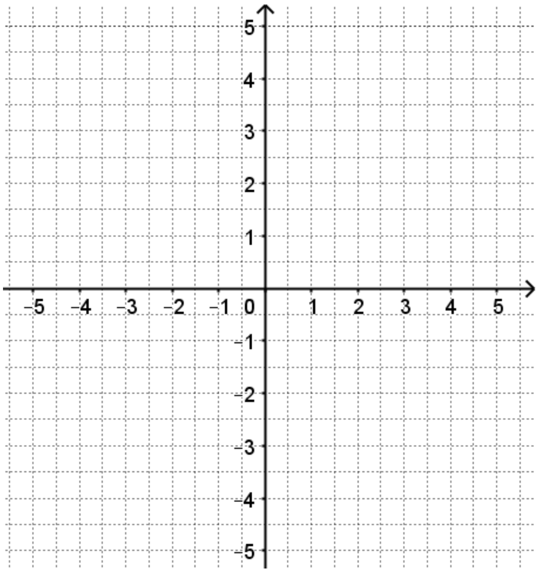
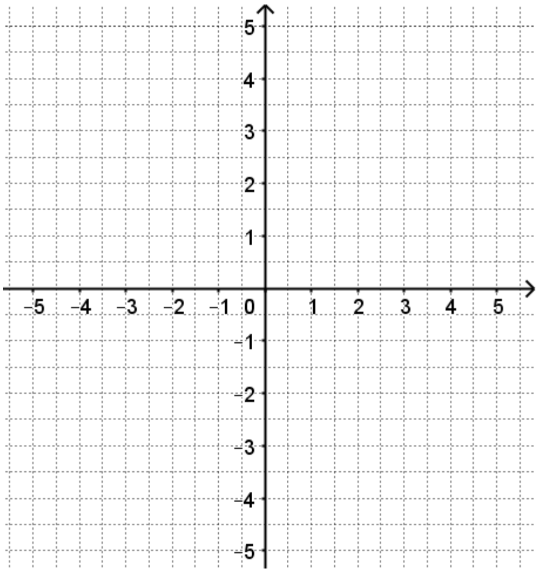
203	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–5 ; 3].  Résoudre graphiquement l’équation $f(x) = 0$.	
204	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–5 ; 3].  Résoudre graphiquement l’équation $f(x) = 2$.	
205	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–5 ; 3].  Résoudre graphiquement l’inéquation $f(x) > 0$.	
206	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction *f* définie sur [–5 ; 5].  Résoudre graphiquement l’inéquation $f(x) \geq 0$.	

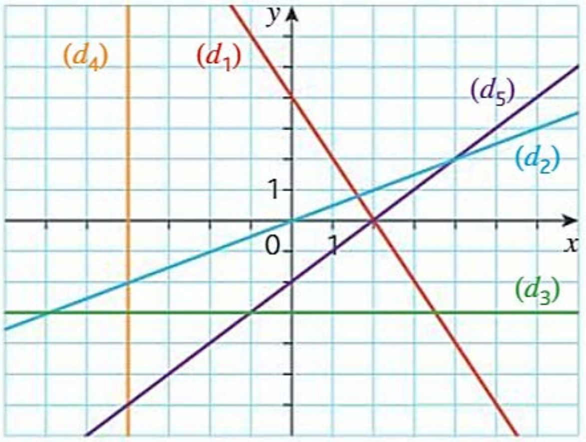
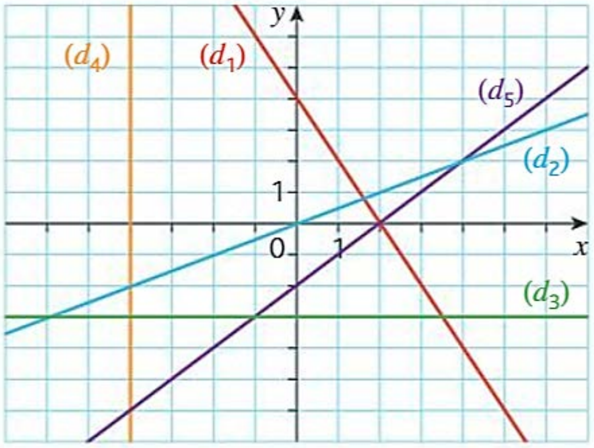
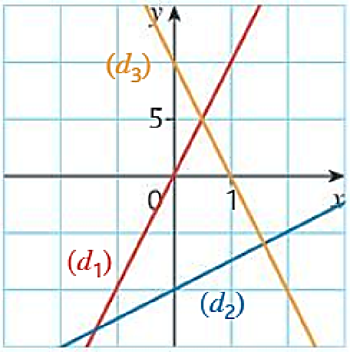
207	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction *f* définie sur [–5 ; 5].  Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$.	
208	La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction *f* définie sur [–5 ; 5].  Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$.	
209	Sachant que $f(x) = –3x^2 + 21x – 30 = –3(x – 5)(x – 2)$, donner son tableau de signes sur $\mathbb{R}$.	
210	Sachant que $f(x) = 2x^2 + 3x – 5 = 2(x – 1)(x + 2{,}5)$, donner son tableau de signes sur $\mathbb{R}$.	
211	Donner le signe de $h(t) = –5(t – 1{,}5)^2$ sur $\mathbb{R}$.	
212	La fonction *f* définie sur [–4 ; 5] est représentée ci-dessous.  Déterminer le signe de $f(x)$.	

213	Soit *f* une fonction définie sur ℝ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. Dresser son tableau de signes. 	
214	La fonction *k* définie sur [–3 ; 4] est représentée ci-dessous.  Déterminer le signe de *k*(*x*).	
215	Dresser le tableau de variations de la fonction *f* définie sur [–5 ; 5] dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. 	
216	Dresser le tableau de variations de la fonction *f* définie sur [–5 ; 3] dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. 	
217	La courbe $\mathcal{C}$ a pour équation $y = x^3 - x^2$. Le point A(–1 ; 0) appartient-il à $\mathcal{C}$?	
218	La droite *d* a pour équation $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$. Le point B(–5 ; –4) appartient-il à la droite *d* ?	

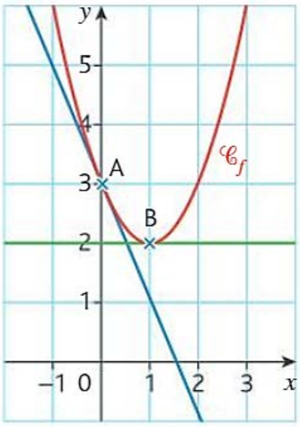
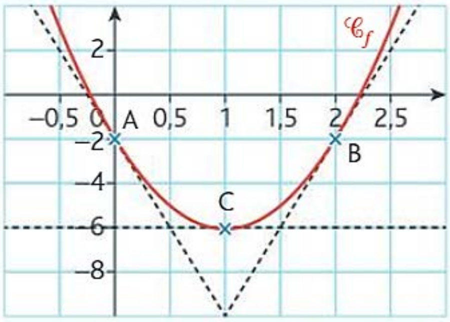
219	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5(x - 1)(x + 2)$. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la courbe représentative de f avec l’axe des abscisses.	
220	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5(x - 1)(x + 2)$. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la courbe représentative de f avec l’axe des ordonnées.	
221	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2(x - 5)(-x + 1)$. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la courbe représentative de f avec l’axe des abscisses.	
222	Déterminer l’ordonnée du point de la courbe d’équation $y = 2(x - 4)(x + 6)$ dont l’abscisse est 2.	
223	Le point A(–3 ; 20) appartient-il à la courbe d’équation $y = x^3 + x^2 + x + 1$?	
224	Déterminer le point de la courbe d’équation $y = \dfrac{1}{x+2}$ qui appartient à l’axe des ordonnées.	
225	Tracer la droite d’équation $y = 2x - 5$.	

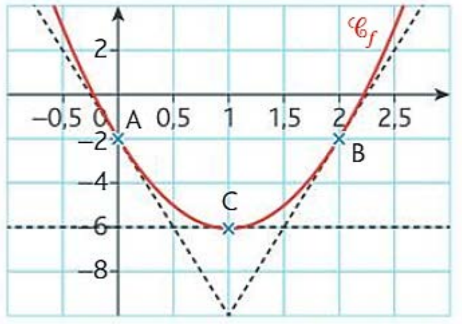
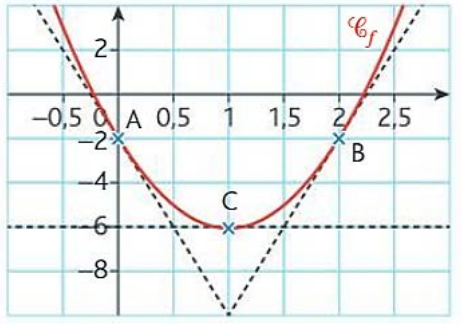
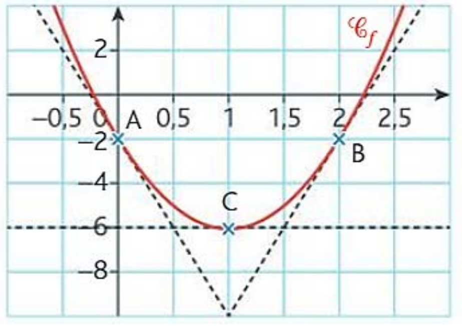
226	Tracer la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$.	
227	Tracer la droite d'équation $y = 3 - 2x$.	
228	Tracer la droite d'équation $y = \frac{1}{4}x + 2$.	

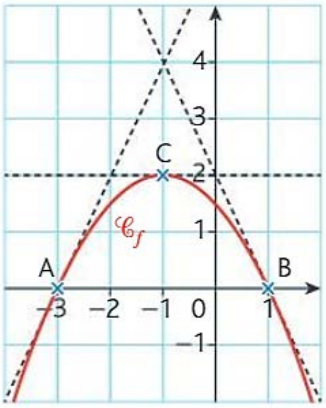
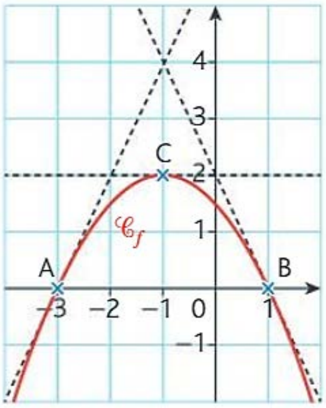
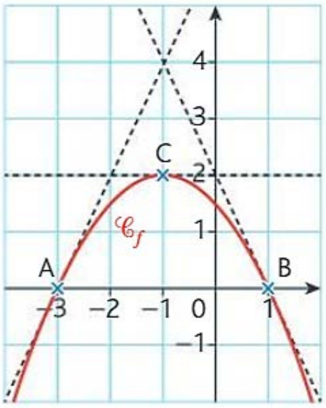
229	Tracer la droite passant par le point A(–1 ;3) et ayant pour coefficient directeur *m* = –2.	
230	Tracer la droite passant par le point B(–4 ; –2) et ayant pour coefficient directeur $m = \frac{1}{3}$. .	
231	Tracer la droite d'équation $y = \frac{1}{5}x + 2$.	

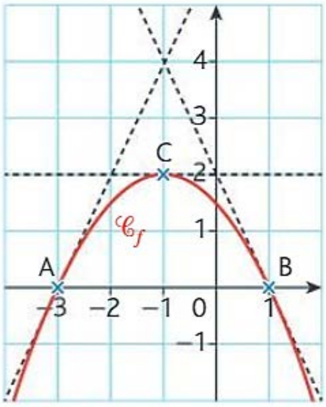
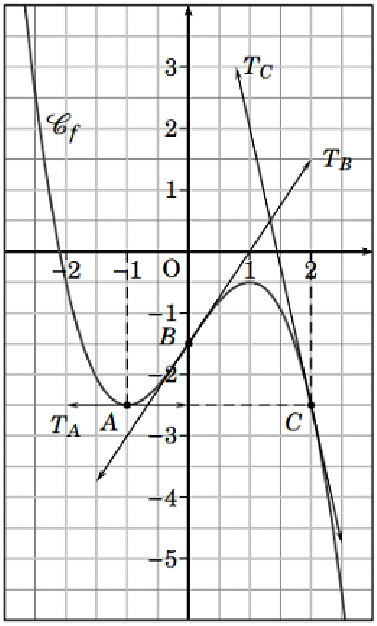
232	Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d_1), (d_2), (d_3).  	
233	Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d_4) et (d_5).  	
234	Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d_1), (d_2) et (d_3).  	
235	On considère les points A(–11 ; 3) et B(5 ; 3). Déterminer l’équation réduite de la droite (AB).	

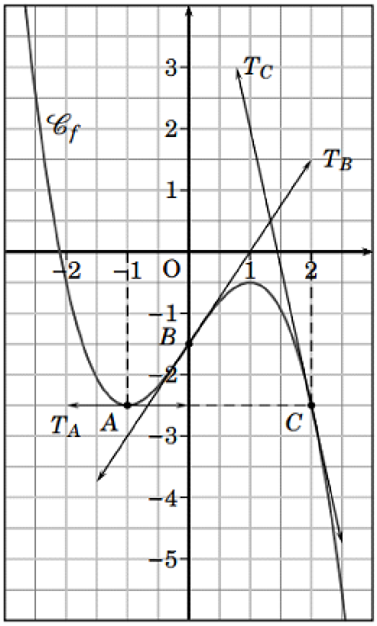
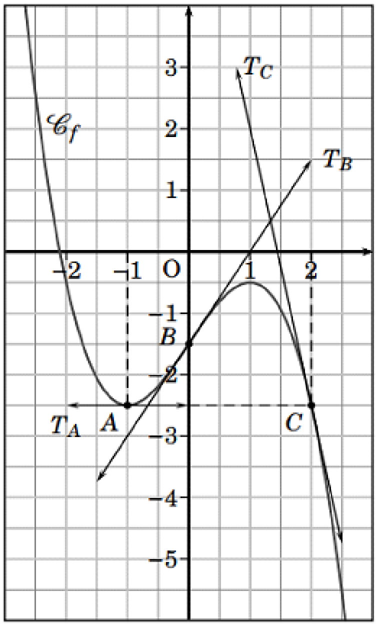
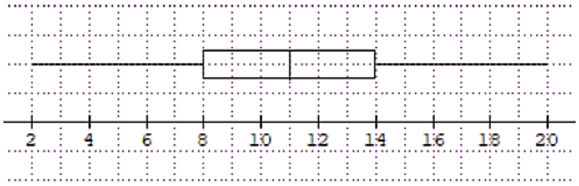
236	On considère les points A(2 ; 3) et B(2 ; 6). Déterminer l’équation réduite de la droite (AB).	
237	On considère les points A(3 ; –3) et B(6 ; –1). Déterminer l’équation réduite de la droite (AB).	
238	On considère les points C(–2 ; 2) et D(1 ; 5). Déterminer l’équation réduite de la droite (CD).	
239	On considère les points R(0 ; 5) et T(2 ; 3). Déterminer l’équation réduite de la droite (RT).	

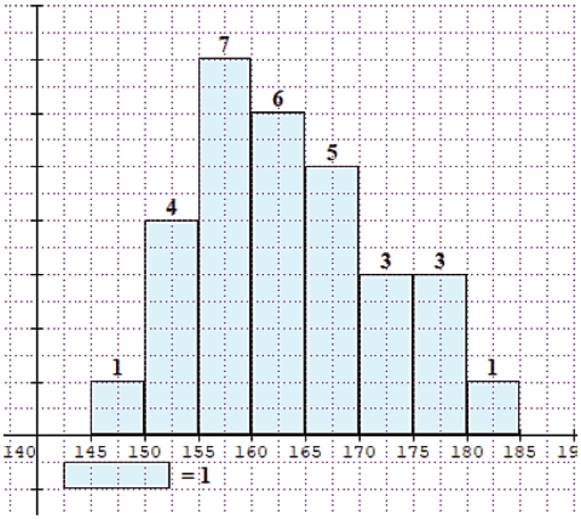
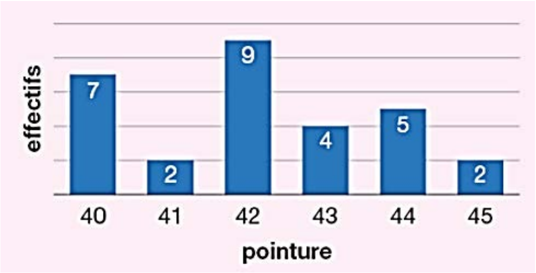
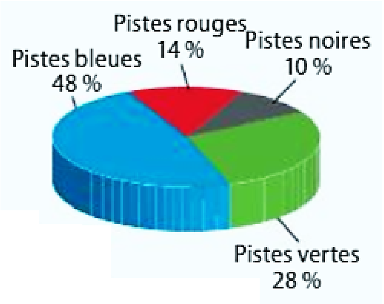
240	Déterminer l'équation réduite de la droite *d* passant par les points $G\left(\frac{1}{6};\frac{-7}{3}\right)$ et $K\left(\frac{11}{6};\frac{13}{3}\right)$.	
241	On dispose de la représentation graphique d'une fonction *f*.  Compléter :	Le coefficient directeur de la tangente à la courbe de *f* au point A vaut ……… Le coefficient directeur de la tangente à la courbe de *f* au point B vaut ………
242	QCM On dispose de la représentation graphique d'une fonction *f*.  Le coefficient directeur de la tangente en A est : réponse A : 2 réponse B : –2 réponse C : –8 réponse D : –1/8	

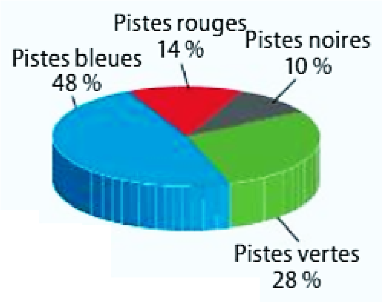
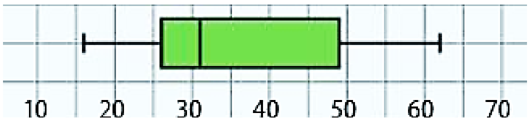
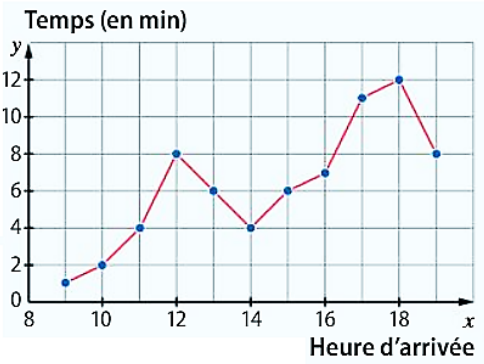
243	QCM On dispose de la représentation graphique d'une fonction *f*.  L'équation de la tangente en C est : réponse A : $x = 0$ réponse B : $y = 0$ réponse C : $x = –6$ réponse D : $y = –6$	
244	QCM On dispose de la représentation graphique d'une fonction *f*.  f' est la dérivée de *f*. On a : réponse A : $f'(0) = –2$ réponse B : $f'(–2) = 0$ réponse C : $f'(1) = –6$ réponse D : $f'(1) = 0$	
245	QCM On dispose de la représentation graphique d'une fonction *f*.  L'équation de la tangente en B est : réponse A : $y = 8x – 18$ réponse B : $y = –8x + 14$ réponse C : $y = 2x – 6$ réponse D : $y = 2x – 12$	

246	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f*. *f* ’ est la dérivée de *f*.  Le coefficient directeur de la tangente au point d’abscisse –1 est 0. Vrai ou faux ?	
247	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f*. *f* ’ est la dérivée de *f*.  Le coefficient directeur de la tangente au point B est 2. Vrai ou faux ?	
248	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f*. *f* ’ est la dérivée de *f*.  *f* ’(–3) = 2. Vrai ou faux ?	

249	On dispose de la représentation graphique d’une fonction *f*. f' est la dérivée de *f*.  L’équation de la tangente en A est $y = 2x + 6$. Vrai ou faux ?	
250	Dans un repère du plan, on considère les points A(–2 ; 4) et B(1 ; 5). Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).	
251	Dans le repère ci-dessous, on a représenté la courbe C_f d'une fonction *f* et 3 tangentes T_A, T_B et T_C aux points A, B et C.  	$f(-1)$ = …… $f'(-1)$ = ……

252	Dans le repère ci-dessous, on a représenté la courbe C_f d'une fonction f et 3 tangentes T_A, T_B et T_C aux points A, B et C.  Compléter :	$f(0) = \ldots\ldots$ $f\,'(0) = \ldots\ldots$
253	Dans le repère ci-dessous, on a représenté la courbe C_f d'une fonction f et 3 tangentes T_A, T_B et T_C aux points A, B et C.  Compléter :	$f(2) = \ldots\ldots$ $f\,'(2) = \ldots\ldots$
254	Le diagramme en boîte ci-dessous donne la répartition des notes d'une classe de 32 élèves.  Donner une valeur approchée du nombre d'élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 14.	

255	Le graphique ci-dessous représente la répartition des 30 élèves d’une classe en fonction de leur taille.  L’affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? « La moitié des élèves mesurent plus de 165 cm ».	
256	 Compléter :	L’effectif total de la série représentée est : ………………………………………………………………… Le calcul permettant de trouver l’âge moyen de la série est : …………………………………………………………………
257	On a représenté la série statistique donnant la répartition des 300 salariés d’une entreprise selon leur âge. Combien de salariés ont moins de 30 ans ?  	
258	Dans une station de ski, un panneau indique la difficulté des pistes en les classant en pistes noires, rouges, bleues et vertes.  Il y a 50 pistes dans la station. Combien y a-t-il de pistes vertes ?	

259	Dans une station de ski, un panneau indique la difficulté des pistes en les classant en pistes noires, rouges, bleues et vertes.  On veut vérifier l'exactitude du diagramme par rapport aux données. Pour cela, on mesure l'angle du secteur attribué aux pistes noires. Que doit-on trouver ?	
260	Le diagramme en boîte ci-dessous représente l'âge des personnes d'une commune souhaitant trouver un emploi.  Quelle est la médiane de cette série ? Comment l'interpréter ?	
261	Le graphique ci-dessous donne le temps d'attente à une caisse d'un magasin selon l'heure à laquelle le client se présente pendant toute une journée.  Quel est le temps d'attente ce jour-là à 11h ?	

Proportions et pourcentages

Calculer et exprimer une proportion

$$\boxed{\text{proportion} = \frac{\text{partie}}{\text{tout}}}$$

Exemple :

Dans une classe de 35 élèves, il y a 21 filles. La proportion de filles est : $p = \frac{21}{35}$.

On peut l'exprimer sous trois formes :

- **sous forme fractionnaire** : $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$;
- **en écriture décimale** : 0,6 ;
- **en pourcentage** : 60 %.

Appliquer une proportion

Exemples :

- $\frac{3}{4}$ de 140 est égal à $\frac{3}{4} \times 140 = 105$.
- 30 % de 50 est égal à $\frac{30}{100} \times 50 = 15$.

Calculer un effectif total

Exemple :

Un refuge animalier accueille **136** chiens qui représentent **85 %** des animaux du refuge.

$$85\ \% = \frac{136}{N}$$

ou

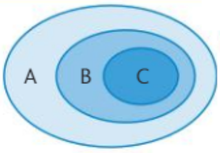
$$\frac{85}{100} = \frac{136}{N}$$

donc N = 136 x 100 ÷ 85

N = 160

Le nombre d'animaux est 160.

Calculer la proportion d'une proportion



$C \subset B \subset A$

Si p_1 est la proportion de B dans A et p_2 est la proportion de C dans B, alors :

$p = p_1 \times p_2$ est la proportion de C dans A.

Exemple :

Dans un lycée, il y a $\frac{3}{5}$ des élèves en série technologique.

Parmi les élèves en série technologique, $\frac{2}{3}$ sont des filles.

$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ est égal à $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

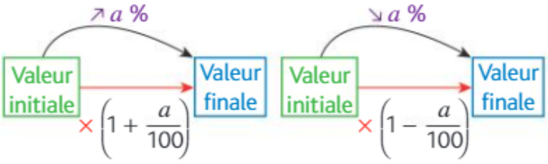
$\frac{2}{5}$ des élèves du lycée sont des filles en série technologique.

Evolutions et variations

Passer d'une formulation additive à une formulation multiplicative

Augmenter un nombre de *a* % revient à **le multiplier par** $\left(1+\frac{a}{10}\right)$.

Diminuer un nombre de *a* % revient à **le multiplier par** $\left(1-\frac{a}{10}\right)$.

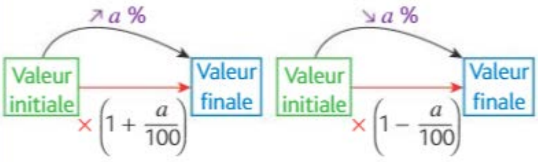


Exemples :

- Augmenter de 25 % revient à multiplier par 1,25.
- Diminuer de 8 % revient à multiplier par 0,92.

Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale

On reprend les schémas d'évolution :



Exemples :

- Un loyer mensuel de 620 € augmente de 2 %.

Il passe à : $620 \times 1{,}02 = 632{,}40$.

- Un article coûte 36,80 € après une remise de 20 %. Or, baisser de 20 %, c'est multiplier par $1 - 0{,}20 = 0{,}8$. On divise par 0,8 pour retrouver la valeur initiale.

Le prix initial était de : $\frac{36{,}80}{0{,}8} = 46$ €.

Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage

$$\begin{tikzcd}\boxed{\text{Valeur initiale}} \arrow[r, "\times \text{CM}"'] \arrow[r, bend left, "\text{Taux d'évolution}"] & \boxed{\text{Valeur finale}}\end{tikzcd}$$

$$\text{Taux d'évolution} = \frac{\text{Valeur finale} - \text{Valeur initiale}}{\text{Valeur initiale}}$$

Exemple :

Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2020, le SMIC mensuel est passé de 1 521,22 € à 1 539,42 €.

$$\frac{1539{,}42 - 1521{,}22}{1521{,}22} \approx 0{,}012 \approx 1{,}2\ \%.$$

Le SMIC a augmenté de 1,2 %.

Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives

- Pour une succession de n évolutions, on détermine les coefficients multiplicateurs CM_1, CM_2, $\text{CM}_3 \dots$, CM_n de chacune de ces évolutions.
- Puis, on détermine le coefficient multiplicateur CM_g de l'évolution globale entre la première valeur et la dernière :

$$\text{CM}_g = \text{CM}_1 \times \text{CM}_2 \times \text{CM}_3 \times \dots \times \text{CM}_n.$$

- Enfin, une fois CM_g connu, on détermine le taux t de l'évolution globale :

$$\text{CM}_g = 1 + t \text{ donc } t = \text{CM}_g - 1.$$

$$\begin{tikzcd}V_0 \arrow[r, bend left, "\times \text{CM}_1"] \arrow[rrrrr, bend right, "\times \text{CM}_g"'] & V_1 \arrow[r, bend left, "\times \text{CM}_2"] & V_2 \arrow[r, bend left] & \dots \arrow[r, bend left] & V_{n-1} \arrow[r, bend left, "\times \text{CM}_n"] & V_n\end{tikzcd}$$

Exemple :

Lors des deux premiers mois de l'année 2019, le prix d'un smartphone a successivement baissé de 10 % puis de 20 %.

Baisse de 10 % : $\text{CM}_1 = 1 + \frac{-10}{100} = 0{,}9.$

Baisse de 20 % : $\text{CM}_2 = 1 + \frac{-20}{100} = 0{,}8.$

Le coefficient multiplicateur de l'évolution globale est : $\text{CM}_g = \text{CM}_1 \times \text{CM}_2 = 0{,}9 \times 0{,}8 = 0{,}72$. Le taux d'évolution global est donc : $0{,}72 - 1 = -0{,}28$, et le prix du smartphone a donc baissé de 28 % sur la période de deux mois.

Interpréter un indice de base 100; calculer un indice; calculer le taux d'évolution entre 2 valeurs

On affecte la valeur 100 à une date de référence. L'indice à la date n est le quotient :

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{n}) = \frac{\textbf{Valeur à la date } \boldsymbol{n}}{\textbf{Valeur à la date de référence}} \times 100.$$

En pratique, on calcule les indices par proportionnalité.

En enlevant 100 à l'indice de la date n, on lit directement le taux d'évolution en pourcentages entre la date de référence et la date n.

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{n}) - 100 = \textbf{taux évolution en \%}.$$

Exemple :

On propose un indice pour suivre l'évolution mondiale des ventes de smartphones en prenant pour base 100 en 2010.

Année	2010	2013	2016
Ventes en millions	305	1 019,4	1 473,4
Indice	100		

L'indice des ventes de smartphones en 2013 est :

$$\mathrm{I}(2013) = \frac{1\,019{,}4}{305} \times 100 \approx 334{,}2.$$

En 2016, on a : $\mathrm{I}(2016) = \frac{1\,473{,}4}{305} \times 100 \approx 483{,}1.$

De 2010 à 2013, les ventes de smartphones ont augmenté de 234,2 % (calcul : $334{,}2 - 100$).

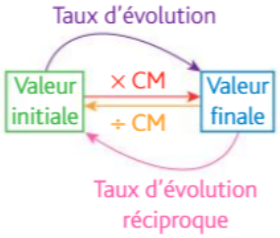
Le taux d'évolution des ventes de smartphones de 2013 à 2016 peut être calculé à partir des valeurs ou des indices :

$$\frac{1\,473{,}4 - 1\,019{,}4}{1\,019{,}4} \approx \frac{483{,}1 - 334{,}2}{334{,}2} \approx 44{,}5\ \%.$$

Calculer un taux d'évolution réciproque

Après une évolution de taux t, pour revenir à la valeur de départ, on doit appliquer une évolution, dite réciproque, afin de revenir à la valeur de départ. Le taux d'évolution réciproque t' est obtenu en effectuant les étapes suivantes :

- on détermine le coefficient multiplicateur CM de l'évolution initiale : $\text{CM} = 1 + t$;
- puis on détermine le coefficient multiplicateur CM′ de l'évolution réciproque : $\text{CM}' = \frac{1}{\text{CM}}$;
- enfin, on détermine le taux d'évolution réciproque t' : $\text{CM}' = 1 + t'$ donc $t' = \text{CM}' - 1$.



Exemple :

Une paire de chaussures de sport se vend mal chez un marchand. Celui-ci décide donc de baisser son prix de 60 %. Les ventes de ces chaussures grimpent alors et le marchand veut rétablir le prix d'origine. Quel taux d'évolution doit-il appliquer pour cela ?

Baisse de 60 % : $\text{CM} = 1 + \frac{-60}{100} = 0{,}4$.

Évolution réciproque : $\text{CM}' = \frac{1}{\text{CM}} = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$.

Taux d'évolution réciproque : $t' = \text{CM}' - 1 = 1{,}5$.

Le vendeur doit augmenter le prix de 150 %.

Reconnaître une situation contextualisée se modélisant par une suite géométrique dont on identifie la raison

Les situations pouvant être modélisées par une suite géométrique sont celles dans lesquelles une grandeur varie de façon géométrique, c'est-à-dire que chaque nouvelle valeur de cette grandeur est obtenue en multipliant la précédente par un même nombre.

Exemple :

Un laboratoire fait des recherches sur le développement d'une population de bactéries et observe que le nombre de bactéries a été multiplié par 3 toutes les heures à partir du début de l'étude.

Ici, les termes de la suite sont les nombres de bactéries alors que le rang correspond au nombre d'heures écoulées depuis le début de l'étude. Comme la valeur triple chaque heure, cela signifie que la suite est géométrique de raison 3.

On note u_n le nombre de bactéries n heures après le début de l'étude et u_0 ce nombre au début de l'étude. On a alors pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 3u_n$.

(u_n) est donc une suite géométrique de raison 3.

Calcul numérique et algébrique

Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples

Pour comparer deux fractions :

- les réduire au même dénominateur ;
- comparer leur numérateur.

Exemple : Comparer $\frac{7}{8}$ et $\frac{50}{56}$.

$\frac{7}{8} = \frac{7\times7}{8\times7} = \frac{49}{56}$ et $\frac{50}{56}$.

Comme $49 < 50$, $\frac{49}{56} < \frac{50}{56}$ donc $\frac{7}{8} < \frac{50}{56}$.

Simplifier une fraction:

Exemple :

$\frac{12}{18} = \frac{2\times 6}{3\times 6} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$

Pour ajouter ou soustraire deux fractions :

- on réduit au même dénominateur ;
- on ajoute les numérateurs entre eux.

Exemple :

$$\frac{-5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{-5\times2}{6\times2} + \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{-10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{-1}{12}$$

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Exemples :

$$\frac{2}{3}\times\frac{-8}{5} = \frac{2\times(-8)}{3\times5} = -\frac{16}{15}$$

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{5} = \frac{2\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times5} = \frac{2}{5}$$

Pour diviser deux fractions, on multiplie le numérateur par l'inverse du dénominateur.

Exemple :

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{7}\times\frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$

Effectuer des opérations sur les puissances

Soit a un réel non nul : $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

pour $n \geqslant 2$, $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs tous égaux à } a}$.

Pour m entier relatif, $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$.

Pour tous réels non nuls a et b et pour tous entiers relatifs n et m :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \qquad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \times m} \text{ et } (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

Exemples :

- $(-3)^4 \times (-3)^2 = (-3)^{4+2} = (-3)^6$
- $\dfrac{2^7}{2^5} = 2^{7-5} = 2^2$
- $(5^4)^3 = 5^{4\times3} = 5^{12}$
- $10^5 \times 6^5 = (10 \times 6)^5 = 60^5$

Passer d'une écriture à une autre

Un même nombre positif peut avoir plusieurs écritures :

- une écriture **décimale** : 0,0009 qui se lit « neuf dix-millièmes » ;
- une écriture **fractionnaire** : $\dfrac{9}{10\,000}$;
- une écriture **scientifique** : 9×10^{-4} de la forme $\boldsymbol{a} \times 10^{\boldsymbol{n}}$, où $\boldsymbol{a} \in [1;10[$ et $\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}$.

Estimer un ordre de grandeur

Un **ordre de grandeur** d'un nombre s'obtient en arrondissant généralement à **1 ou 2 chiffres significatifs** (les chiffres différents de 0).

Utiliser des ordres de grandeurs permet de mieux interpréter la grandeur d'un nombre, de faire des comparaisons et d'effectuer des calculs rapides, en particulier pour des vérifications.

Exemples :

- Selon l'INSEE, le salaire moyen annuel net en 2016 en France s'élève à 29 304 €. On retiendra plus facilement un ordre de grandeur : **29 000 €**.
- La distance Terre-Soleil est de l'ordre de 150 000 000 kilomètres, **$1{,}5 \times 10^8$** km en écriture scientifique.

Conversions d'unités

- **De longueurs**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	5	0	0	

25 m = 2 500 cm

- **D'aires**

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
						2	5	0	0	0	0		

25 m² = 250 000 cm²

1 ha (hectare) = 1 hm²   1 a (are) = 1 dam²

- **De volumes et de contenances**

1 dm³ = 1 L   1 m³ = 1 000 L

m³			dm³			cm³			mm³		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			
	2	5	0	0	0	0	0	0			

25 m³ = 25 000 L = 25 000 000 cm³

- **De durées**
  - 1 min = 60 s
  - 1 h = 60 min = 3 600 s
  - 1 h 30 min = 1 h + $\dfrac{30}{60}$ h = 1 h + 0,5 h = 1,5 h
  - 1,25 h = 1 h + 0,25 × 60 min = 1 h 15 min

Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type x² = a

Résoudre une équation du premier degré :

Exemple : Résoudre : $2x - 5 = 4x + 10$.

$$\begin{aligned}
2x - 5 &= 4x + 10\\
2x - 5 - 4x &= 4x + 10 - 4x\\
-2x - 5 &= 10\\
-2x - 5 + 5 &= 10 + 5\\
-2x &= 15\\
\frac{-2x}{-2} &= \frac{15}{-2}\\
x &= -\frac{15}{2}
\end{aligned}$$

La solution est $-\dfrac{15}{2}$.

Pour résoudre une inéquation du premier degré,

Attention! **multiplier ou diviser** les deux membres d'une inéquation **par un nombre strictement négatif change le sens** de l'inéquation.

Exemple : Résoudre $3x - 6 > 7x + 8$.

$$\begin{aligned}
3x - 6 - 7x &> 7x + 8 - 7x\\
-4x - 6 &> 8\\
-4x - 6 + 6 &> 8 + 6\\
-4x &> 14\\
\frac{-4x}{-4} &< \frac{14}{-4}\\
x &< -\frac{7}{2}
\end{aligned}$$

On divise par $-4 < 0$ donc on change le sens de l'inéquation

L'intervalle solution est $\left]-\infty\,; -\dfrac{7}{2}\right[$.

Résoudre une équation du type $x^2 = a$:

- si $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ admet 2 solutions opposées : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$;
- si $a = 0$, l'équation $x^2 = 0$ admet une solution : 0 ;
- si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution.

Exemples :

Résoudre les équations suivantes :

- $x^2 = 25$

Les solutions sont 5 et –5.

- $x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -5 < 0$

L'équation n'a pas de solution.

- $2x^2 - 72 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 72 \Leftrightarrow x^2 = 36$

L'équation a deux solutions 6 et –6.

Déterminer le signe d'une expression du premier degré

Déterminer le signe de $ax+b$ (avec a et b des réels et $a \neq 0$)

$ax+b=0 \Leftrightarrow ax=-b \Leftrightarrow x=-\frac{b}{a}$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe de $-a$	0	Signe de a	

Exemples :

- Déterminer le signe de $A(x)=-x+4$.

$-x+4=0 \Leftrightarrow x=4$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$A(x)$		+	0	−	

$a=-1<0$

- Déterminer le signe de $B(x)=3x-6$.

$3x-6=0 \Leftrightarrow 3x=6 \Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$B(x)$		−	0	+	

$a=3>0$

Déterminer le signe d'une expression factorisée du second degré

Soit a, x_1 et x_2 trois réels, $a \neq 0$. On veut déterminer le signe de $a(x-x_1)(x-x_2)$.

- On résout $a(x-x_1)(x-x_2)=0$
$\Leftrightarrow x=x_1$ ou $x=x_2$.
- On range les valeurs x_1 et x_2 par ordre croissant.
- On dresse un tableau de signes.
- On conclut en appliquant la règle des signes.

Exemple :

Déterminer le signe de $C(x)=-2(x-5)(x+1)$.
$C(x)=0 \Leftrightarrow -2(x-5)(x+1)=0$
$\Leftrightarrow x=5$ ou $x=-1$ et $-1<5$.

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
-2		−		−		−	
$x-5$		−		−	0	+	
$x+1$		−	0	+	0	+	
$C(x)$		−	0	+	0	−	

Isoler une variable dans une égalité

Exemple :

La **vitesse moyenne** v d'un objet en mouvement est donnée par la formule $v=\frac{d}{t}$ où d représente la distance parcourue et t le temps écoulé.
Connaissant la **vitesse** et le temps, on peut calculer la **distance** parcourue. En multipliant les deux membres de l'égalité par t, on obtient : $d=v \times t$.
On peut également isoler le **temps** t en divisant les deux membres par v dans cette dernière relation : $t=\frac{d}{v}$.

Isoler une variable dans une inégalité

On procède de même que dans une égalité, mais attention au **signe** lors d'une multiplication ou division !

Exemple :

Pour isoler t dans l'inégalité $at+b>c$, il faut connaître le **signe de a**.

Si $a>0$, $at+b>c \Leftrightarrow at>c-b$
$\Leftrightarrow t>\frac{c-b}{a}$

Si $a<0$, $at+b>c \Leftrightarrow at>c-b$
$\Leftrightarrow t<\frac{c-b}{a}$

Effectuer une application numérique d'une formule

Exemple : PTTC = PHT(1 + TVA) avec PHT = 20 € et TVA = 0,20
Calculer PTTC.

PTTC = 20 x (1 + 0,20) = 20 x 1,20 = 24

Développer

Transformer un produit en une somme en utilisant la distributivité

Identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Réduire

Écrire une expression en regroupant les termes de même degré et en simplifiant.

Exemples :

- $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x \times 5 + 5^2$
  $= 9x^2 + 30x + 25$
- $(x-2)(3x-1) = x^2 - 6x + 9 + 3x^2 - x - 6x + 2$
  $= 4x^2 - 13x + 11$
- $-2(x+3)(x-5)$
  Commencer à distribuer −2 sur le premier facteur
  $= (-2x-6)(x-5) = -2x^2 + 10x - 6x + 30$
  $= -2x^2 + 4x + 30$

Factoriser

Transformer une somme en produit.

Exemple :

$\underline{(2x+1)}(3x+2) + \underline{(2x+1)}(4x+3)$
$= \underline{(2x+1)}[(3x+2)+(4x+3)]$
$= (2x+1)[3x+2+4x+3]$
$= (2x+1)(7x+5)$

Cas particuliers :

- Mettre x en facteur : $ax^2 + bx = x(ax+b)$.
- Différence de deux carrés :
  $(A)^2 - (B)^2 = (A+B)(A-B)$

Calculer la dérivée d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 3

Si $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$ avec a, b, c et d des nombres réels, alors :

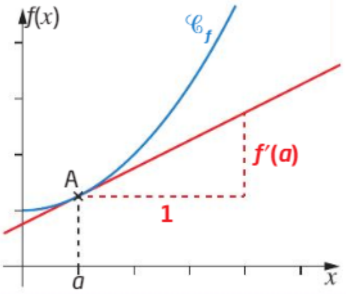
$$f'(x) = a \times 3\,x^2 + b \times 2\,x + c \times 1 + 0$$

Exemples :

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\,x^2 + 5\,x + 2$.
  On obtient $f'(x) = 3 \times 2\,x + 5 \times 1 + 0 = 6\,x + 5$
- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4\,x^3 - 2\,x^2 + x - 1$.
  On obtient $g'(x) = 4 \times 3\,x^2 - 2 \times 2\,x + 1 \times 1 - 0$
  $g'(x) = 12\,x^2 - 4\,x + 1$

On considère une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I, C_f sa courbe représentative et $a \in I$.

Le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse a est $f'(a)$.



Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 6x + 9$. On note C_f sa courbe représentative.

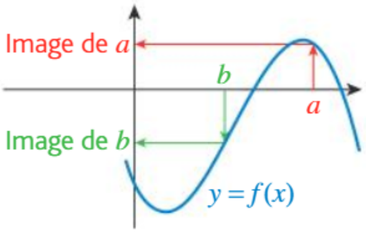
On cherche le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 3.

- On détermine d'abord l'expression de la dérivée f' de f :
  $f'(x) = 3 \times 2x - 6 \times 1 + 0 = 6x - 6$.
- On calcule $f'(3)$: $f'(3) = 6 \times 3 - 6 = 12$.
- On conclut : le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 3 est : $f'(3) = 12$.

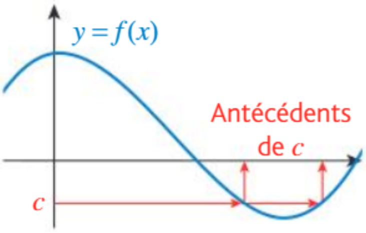
Fonctions et représentations

Déterminer graphiquement des images et des antécédents

Soit f une fonction dont la représentation graphique dans un repère est notée $\mathscr{C}_f$. La courbe ainsi tracée a pour équation : $y = f(x)$.
L'image de a par f est l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.
Un nombre, lu sur l'axe des **abscisses**, admet **au plus** une image par f.

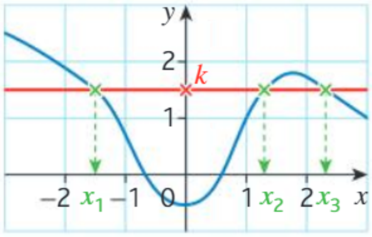


Un nombre, lu sur l'axe des **ordonnées**, peut avoir **aucun**, **un** ou **plusieurs** antécédent(s) par f.
Les antécédents de c sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui ont pour ordonnée c.



Résoudre graphiquement une équation du type f(x) = k

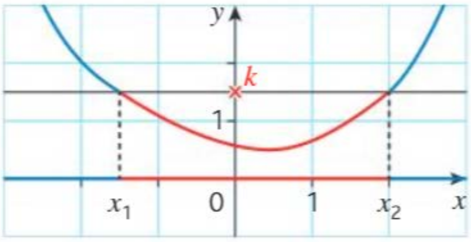
Résoudre graphiquement : $f(x) = k$.
La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.



- Tracer la droite d'équation $y = k$.
- Marquer les points d'intersection de la courbe avec la droite.
- Les solutions sont les abscisses de ces points d'intersection. $S = \{x_1 ; x_2 ; x_3\}$.
- Si la courbe et la droite n'ont pas de point d'intersection, alors cette équation n'a pas de solution. On note $S = \varnothing$.

Résoudre graphiquement une inéquation du type f(x) < k

Résoudre graphiquement : $f(x) \leqslant k$, ...
La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.



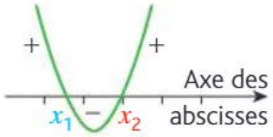
- Tracer la droite d'équation $y = k$.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant k$ sont les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est supérieure ou égale à k. (en bleu)
Dans l'exemple : $S = \left]-\infty ; x\right] \cup \left[x_2 ; +\infty\right[$.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant k$ sont les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est inférieure ou égale à k. (en rouge)
Dans l'exemple : $S = [x_1 ; x_2]$.

Déterminer le signe d'une expression factorisée du second degré à l'aide d'une image mentale de la courbe représentative de la fonction correspondante

Une forme factorisée du second degré est un polynôme qui peut s'écrire sous la forme : $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ où a est un réel non nul et x_1 et x_2 sont les racines du polynôme f.

Deux cas se présentent :

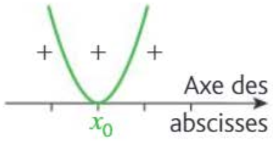
- **Cas où $a>0$:**
  On supposera que $x_1<x_2$.
  Allure de la courbe représentative :



On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	−	0	+	

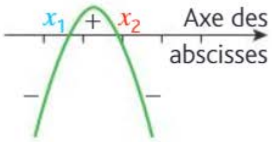
Lorsque $x_1=x_2$, on a :
Allure de la courbe représentative :



On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	+	

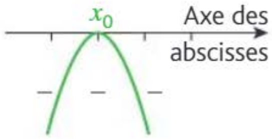
- **Cas où $a<0$:**
  On supposera que $x_1<x_2$.
  Allure de la courbe représentative :



On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		−	0	+	0	−	

Lorsque $x_1=x_2$, on a :
Allure de la courbe représentative :



On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
Signe de $f(x)$		−	0	−	

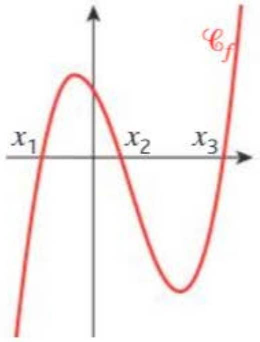
Déterminer graphiquement le signe d'une fonction

Pour déterminer graphiquement le signe d'une fonction, on détermine sur quels intervalles la fonction f prend des valeurs positives, et sur lesquels elle prend des valeurs négatives.

- $f(x)>0$ quand la courbe représentative de f est **au-dessus** de l'axe des abscisses.
- $f(x)<0$ quand la courbe représentative de f est **en dessous** de l'axe des abscisses.
- Les points d'intersection de l'axe des abscisses et de la courbe représentative de f sont tels que $f(x)=0$.

On réunit ces résultats dans un tableau de signes. Si on connaît le tableau de signes d'une fonction, on peut résoudre des inéquations du type $f(x)>0$.

Exemple :



x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

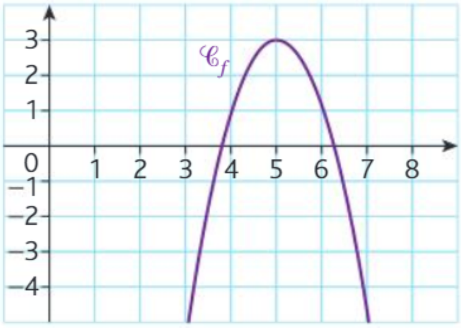
Pour déterminer graphiquement le sens de variations d'une fonction, on détermine sur quels intervalles la fonction f est croissante, et sur lesquels elle est décroissante. En lisant le graphique de droite à gauche :

- Lorsque la courbe est « descendante », la fonction est **décroissante**.
- Lorsque la courbe est « ascendante », la fonction est **croissante**.

On réunit ces résultats dans un tableau de variations.

Exemple :

- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représentée ci-dessous.



La fonction f est croissante sur $]-\infty\,;5[$ et décroissante sur $]5\,;+\infty[$. On résume ces informations dans le tableau suivant. On y fait figurer l'image de 5 qui est 3.

x	$-\infty$	5	$+\infty$
f	↗	3	↘

Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées

Le plan est muni d'un repère orthogonal. La courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$ où x est un élément de l'ensemble de définition de la fonction f. On dit aussi que l'équation de la courbe représentative de f est $y = f(x)$.

Exemple :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

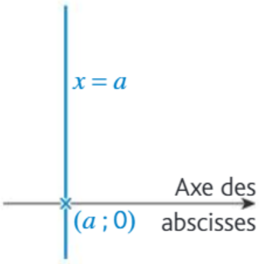
Le point A de coordonnées $(2\,;1)$ appartient à $\mathscr{C}_f$ car : $f(2) = \frac{1}{2} \times 2^2 - 1 = 1$.

Le point B de coordonnées $\left(-1\,;-\frac{3}{2}\right)$ n'appartient pas à $\mathscr{C}_f$ car : $f(-1) = \frac{1}{2} \times (-1)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$.

Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur

On souhaite construire une droite, dans un repère orthogonal.

- **Si l'équation réduite d'une droite est $x = a$** où $a \in \mathbb{R}$, alors sa représentation graphique est une droite verticale passant par le point $(a\,;0)$.

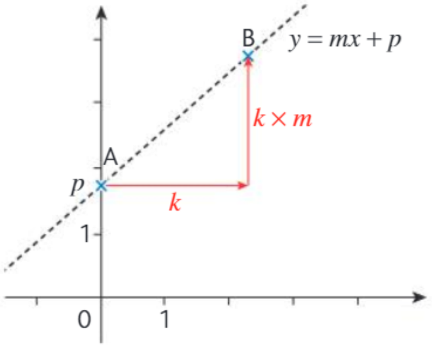


- **Si l'équation réduite d'une droite est $y = mx + p$** où $m \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{R}$, alors sa représentation graphique peut s'obtenir de plusieurs façons :

– à l'aide d'un tableau de valeurs :

x	valeur à choisir	valeur à choisir
$y = mx + p$	valeur à calculer	valeur à calculer

– en plaçant le point $\text{A}(0\,;p)$ puis en construisant un autre point B : on part de A, on se décale vers la droite de k unités où $k > 0$ puis on se décale verticalement de $k \times m$ unités. Le décalage se fait vers le haut si $m > 0$ et vers le bas si $m < 0$.



- **Si on connaît un point et le coefficient directeur**, on utilise la méthode précédente.

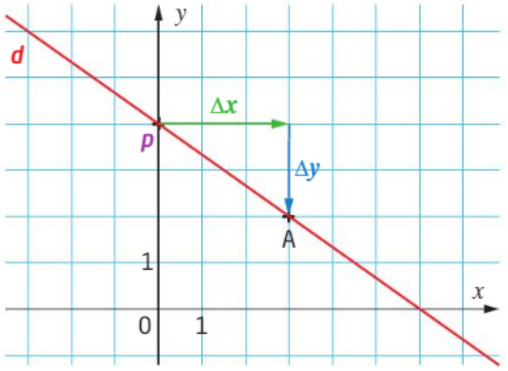
Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite

- Si la droite ***d*** n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (non verticale), l'équation réduite est de la forme $y = m\,x + p$

  avec ***p* l'ordonnée à l'origine** qui correspond à l'ordonnée du point d'intersection de la droite *d* avec l'axe des ordonnées

  et ***m* le coefficient directeur**

$$m = \frac{\text{accroissement des ordonnées de 2 points de } d}{\text{accroissement des abscisses de 2 points de } d} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



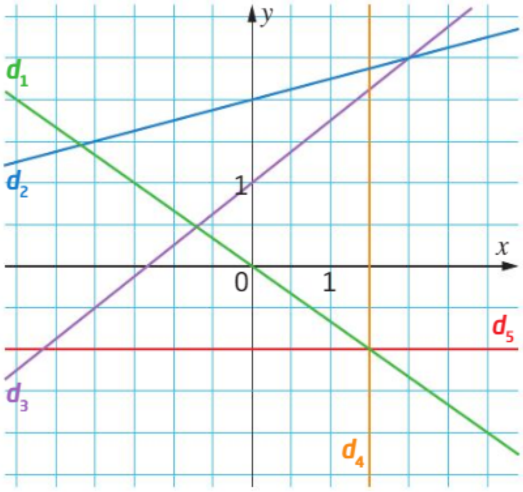
Attention à bien lire les unités sur les axes !

Si l'ordonnée à l'origine ne peut pas se lire facilement sur le graphique, alors on peut la déterminer après avoir calculé *m*.

- Si la droite est **horizontale**, alors son équation est de la forme $y = p$
- Si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées (**verticale**), alors l'équation réduite est de la forme $x = c$

  où *c* est l'abscisse de tous les points de la droite.

Exemples :



$d_1 : \ y = -\frac{2}{3}x$

$d_2 : \ y = \frac{1}{4}x + 2$

$d_3 : \ y = \frac{3}{4}x + 1$

$d_4 : \ x = 1{,}5$

$d_5 : \ y = -1$

Déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points

- Si les abscisses des deux points sont différentes, $x_A \neq x_B$, alors **l'équation réduite** est de la forme :

$$y = m\,x + p$$

avec $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $p = y_A - m\,x_A$

- Si les abscisses des deux points sont égales, c'est-à-dire $x_A = x_B$, alors l'équation réduite est de la forme : $x = c$, où $c = x_A$, abscisse commune.

Exemple:

Équation réduite de la droite (AB), où :

A(– 2 ; 3) et B(1 ; 9).

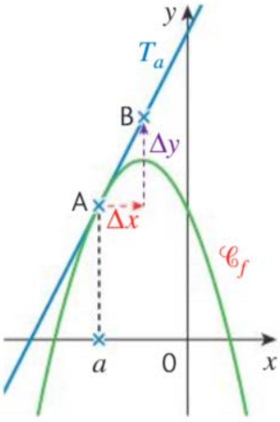
On a $-2 \neq 1$, donc **l'équation réduite** de (AB) est de la forme $y = m\,x + p$

avec $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-3}{1-(-2)} = \frac{6}{3} = 2$

et $p = 3 - 2 \times (-2) = 7$

donc la droite (AB) a pour équation $y = 2x + 7$.

Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente à une courbe



Soit f une fonction dont la représentation graphique, dans un repère orthogonal, est $\mathscr{C}_f$.
Pour lire le coefficient directeur de la tangente T_a à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a, il suffit de se positionner au point A$(a\,;f(a))$, puis on choisit un autre point de T_a : B.
Le coefficient de directeur m de T_a est le coefficient directeur de (AB) :

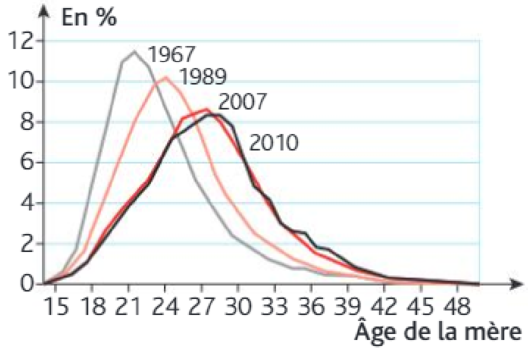
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Représentations graphiques de données chiffrées

Lire un graphique représenté dans un repère

On regarde :
- l'origine (visible ou non) ;
- les unités de graduations sur chaque axe ;
- le type de graphique (nuage de points, segments, courbe, etc.) ;
- la signification des données.

Exemple :
La répartition des premières naissances selon l'âge de la mère en France métropolitaine.



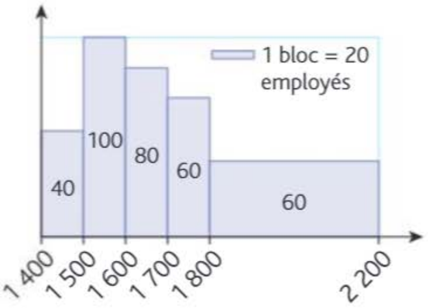
Source : INSEE.

L'origine est à (15 ; 0).
À chaque âge de la mère en années, on peut lire la proportion de premières naissances. Par exemple, en 2010, 8 % des premiers bébés ont une mère âgée de 28 ans. En 1967, c'était 4 %.

Histogramme, diagramme en barre ou circulaire

Des données continues peuvent être représentées par un histogramme. On répartit les données en classes : l'aire des rectangles est proportionnelle à l'effectif.

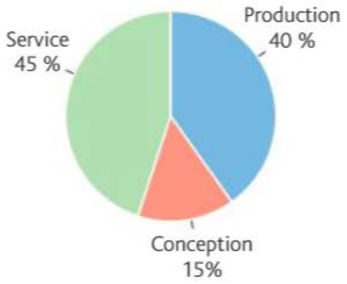
Exemples :
La répartition des salaires dans une entreprise est donnée ci-dessous.



On peut lire que 80 salariés ont un salaire mensuel compris entre 1 700 et 1 800 euros.

Diagramme circulaire ou diagramme en barre :

La répartition des salariés par secteur dans cette entreprise est donnée ci-dessous.



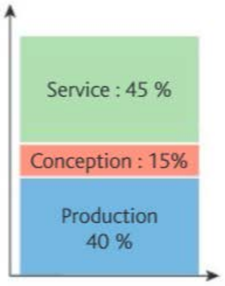
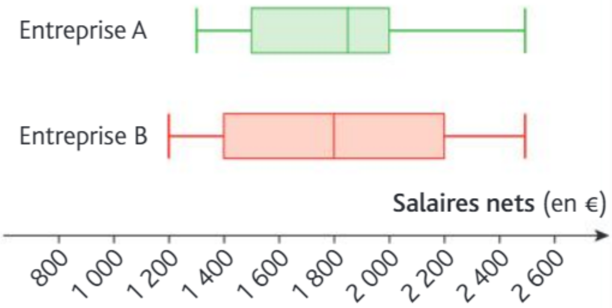


Diagramme en boîte

Ce type de graphique permet de visualiser la répartition d'une population. La population est partagée en quatre parties de mêmes effectifs par trois paramètres : le 1er quartile, la médiane et le 3^{e} quartile.

Exemple :



Dans l'entreprise A, 50 % des salaires mensuels nets sont compris entre 1500 € et 2 000 € et un quart au-dessus de 2 000 €. Dans l'entreprise B, environ 50 % des salaires mensuels nets sont compris entre 1 400 € et 2 200 €. La moitié des salaires sont aussi supérieurs à 1 800 €.