

Exercice

On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Déterminer tous les vecteurs U de dimension 3 vérifiant $A \cdot U = 0$

On résout le système :

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 3y + 7z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + \frac{3}{2}z = 0 & L_1/2 \\ -y + z = 0 & L_2 - 2L_1 \\ -y + z = 0 & L_3 - L_1 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + \frac{3}{2}z = 0 \\ y = z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{5}{2}z \\ y = z \end{cases}$$

Donc les vecteurs U qui vérifient $A \cdot U = 0$ sont de la forme $\begin{pmatrix} -\frac{5}{2}z \\ z \\ z \end{pmatrix}$ où $z \in \mathbb{R}$.

Exercice

On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & -2 \end{pmatrix}$$

Déterminer tous les vecteurs U de dimension 3 vérifiant $A \cdot U = 0$

On résout le système :

$$\begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ 3x + 9y - 2z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ 9y - 7z = 0 \\ 18y - 14z = 0 \end{cases} \begin{array}{l} L_2 - 2L_1 \\ L_3 - 3L_1 \end{array} \iff \begin{cases} x - 3y + 4z = 0 \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases} \quad (L_2 \Leftrightarrow L_3) \iff \begin{cases} x - \frac{7}{3}z + 4z = 0 \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} x = -\frac{5}{3}z \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$$

Donc les vecteurs U qui vérifient $A \cdot U = 0$ sont de la forme $\begin{pmatrix} -\frac{5}{3}z \\ \frac{7}{9}z \\ z \end{pmatrix}$ où $z \in \mathbb{R}$.

Exercice

On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Déterminer tous les vecteurs U de dimension 3 vérifiant $A \cdot U = 0$

On résout le système :

$$\begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x - 3y + 4z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ -9y + 7z = 0 \\ -9y + 7z = 0 \end{cases} \begin{matrix} L_2 + 2L_1 \\ L_3 + L_1 \end{matrix} \iff \begin{cases} -x - 6y + 3z = 0 \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases} \quad L_2 \Leftrightarrow L_3 \iff \begin{cases} -x - \frac{14}{3}z + 3z = 0 \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} -x - \frac{14}{3}z + 3z = 0 \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{5}{3}z \\ y = \frac{7}{9}z \end{cases}$$

Donc les vecteurs U qui vérifient $A \cdot U = 0$ sont de la forme $\begin{pmatrix} -\frac{5}{3}z \\ \frac{7}{9}z \\ z \end{pmatrix}$ où $z \in \mathbb{R}$.

Exercice

On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Déterminer tous les vecteurs U de dimension 3 vérifiant $A \cdot U = 0$

On résout le système :

$$\begin{cases} 5x + y + 2z = 0 \\ 4x + 4y + 4z = 0 \\ -x + 3y + 2z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + z = 0 & L_2/4 \\ 5x + y + 2z = 0 & L_1 \\ -x + 3y + 2z = 0 & L_3 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + z = 0 \\ -4y - 3z = 0 & L_2 - 5L_1 \\ 4y + 3z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y = -\frac{3}{4}z & L_3 \Leftrightarrow L_2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x - \frac{3}{4}z + z = 0 \\ y = -\frac{3}{4}z \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{1}{4}z \\ y = -\frac{3}{4}z \end{cases}$$

Donc les vecteurs U qui vérifient $A \cdot U = 0$ sont de la forme $\begin{pmatrix} -\frac{1}{4}z \\ -\frac{3}{4}z \\ z \end{pmatrix}$ où $z \in \mathbb{R}$.