

Licence 2 – FSES  
Analyse 2 – Examen - Janvier 2021  
Durée 2h

Les résultats seront justifiés. La calculatrice collègue est autorisée. Les documents ne sont pas autorisés. Le barème est **indicatif**.

Exercice 1 (4.5 points) Discuter la convergence des séries suivantes (on précisera le critère utilisé et la somme quand c'est possible)

$$\sum_{n \geq 0} \frac{1}{3^n}$$
$$\sum_{n > 0} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^n}{n!}$$
$$\sum_{n > 1} \frac{n}{n^2 - 1}$$

$$\sum_{n > 0} \frac{n^n}{n!}$$

Exercice 2 (2.5 points) Calculer les intégrales suivantes

$$I_1 = \int_{-1/2}^0 (2x+1)^3 dx$$

$$I_2 = \int_0^1 (4x-4) e^{x^2-2x} dx$$

Exercice 3 (4 points)

- 1) Déterminer des constantes a et b telles que  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$
- 2) En utilisant la question 1), calculer  $\int_1^e \frac{1}{x(x+1)} dx$
- 3) A l'aide d'une IPP calculer l'intégrale  $I = \int_1^e \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x,y) = x^3 + x^2 - xy + y^2 + 4$

- 1) Calculer les dérivées partielles premières.
- 2) Déterminer une valeur approchée de f au point (- 0.99 ; 0.1).
- 3) Déterminer les points critiques. (on obtiendra deux points critiques  $X_1^*(0; 0)$  et  $X_2^*(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{4})$ )
- 4) Calculer les dérivées partielles secondes.
- 5) Etudier les extrema éventuels aux points critiques (détailler la méthode)

Exercice 5 (3 points)

Soit f définie sur  $\mathbb{R}^2$ ,  $f(x,y) = xe^y$ .

Rechercher l'existence d'extrema pour la fonction f sous la contrainte  $g(x,y) = 2x+y+4 = 0$ . (Détailler la démarche)