Examen – Maths 3 – FaSEST
Décembre 2025 – Durée 2h – Sections 1 et 2

Documents interdits. Calculatrice type « collège » autorisée. ***Nous rappelons que l'usage des téléphones portables est interdit et qu'ils doivent être rangés dans les sacs.***

Exercice 1

Soit f la fonction définie par f(x,y) = ln(xy).

1) **(BONUS)** Représenter le domaine de définition de f.
2) **(BONUS)** Déterminer et représenter la ligne de niveau k = 0 de f.
3) Calculer les dérivées premières $f'_x(x,y)$ et $f'_y(x,y)$.
4) Déterminer une valeur approchée à l'ordre 1 de f(1,01 ; 0,98).

Exercice 2

Soit $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4x - 2y$ définie sur $\mathbb{R}^2$.

1) Montrer que f admet un unique point critique X*.
2) Déterminer la nature de ce point critique.
3) Déterminer les extrema éventuels de f sous la contrainte g(x,y) = x + y = 0 (méthode par substitution)

Exercice 3

1) Démontrer que $\frac{1}{t(t-1)} = \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t}$
2) Calculer $I = \int_0^2 \frac{1}{1+e^x} dx$ en utilisant le **changement de variable** $t = 1 + e^x$

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par f(x,y) = x + y -1 et g la fonction définie par $g(x,y) = x^2 + y^2 - 2$.

1) Ecrire le Lagrangien L et montrer qu'il n'admet que deux points critiques $X_1^*(1;1)$ *et* $X_2^*(-1;-1)$ *(on démontre, on ne se contente pas de vérifier)*
2) Discuter l'existence d'extrema locaux grâce à la méthode de Lagrange.

Exercice 5

Etudier la convergence des séries de terme général

1) $U_n = \frac{n^{10}}{n!}, n \geq 0$ 2) $U_n = \frac{5n+3n^2}{n^4}, n > 0$