Devoir Surveillé - Maths 3 - FaSEST Durée 2h - Octobre 2025 Sections 1 et 2

Les documents sont interdits. Seules les calculatrices de type collège sont autorisées. Tous les résultats doivent être justifiés.

Exercice 1

Dans chaque cas, étudier la convergence de la série de terme général U_n et préciser sa somme lorsque c'est possible.

1)
$$U_n = \frac{5}{2^n}, n \ge 0$$

2)
$$U_n = \frac{3^n}{n!}, n \ge 0$$

1)
$$U_n = \frac{5}{2^n}, n \ge 0$$
 2) $U_n = \frac{3^n}{n!}, n \ge 0$ 3) $U_n = \left(\frac{2n+1}{n+3}\right)^n, n \ge 0$

4)
$$U_n = \frac{4n+5n^2}{n^3}, n > 0$$

4)
$$U_n = \frac{4n+5n^2}{n^3}, n > 0$$
 5) $U_n = \frac{((n+1)!)^2}{(2n)!}, n \ge 0$

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes

$$I_1 = \int_0^2 (2x^3 - 6x^2 + x + 1) dx \qquad I_2 = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} dx \qquad I_3 = \int_0^1 (6x + 9) e^{x^2 + 3x} dx$$

$$I_2 = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} \, dx$$

$$I_3 = \int_0^1 (6x+9)e^{x^2+3x} dx$$

Exercice 3

Calculer l'intégrale suivante à l'aide d'une intégration par parties.

$$I = \int_0^1 x e^x dx$$

Exercice 4

- 1) Montrer que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} \frac{1}{x+1}$.
- 2) Calculer $I = \int_{1}^{2} \frac{1}{x(x+1)} dx$ (utiliser la question 1))
- 3) Calculer $J = \int_{1}^{2} \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$ à l'aide d'une intégration par parties et de la question 2).