NOM, Prénom : .... Groupe : ....

fasest | Université de Lille	**Mathématiques 1** **Interrogation n° 1**	L1 Économie Gestion

Durée : 45 minutes — Documents autorisés : aucun — Calculatrice : non autorisée

---

Les nombres u et t sont deux réels tels que :

$$0 < u < 1 \tag{1}$$

$$0 < t < 1 \tag{2}$$

Pour les deux questions suivantes, détailler chaque étape, en justifiant lorsque nécessaire.

1. Démontrer que :

$$0 < (1-u)(1-t) < 1 \tag{3}$$

2. En déduire que :

$$\frac{1}{1+ut-u-t} > 1 \tag{4}$$

Pour les trois prochaines questions, les nombres b, H, K sont des réels strictement positifs.

3. Dans le plan $(x\,;\,y)$, on considère la droite (d) d'équation :

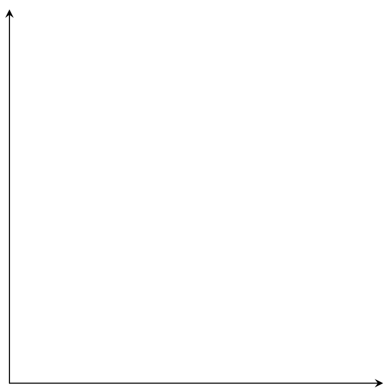
$$y = -\frac{b}{1+ut-u-t}x + \frac{\mathrm{H}+\mathrm{K}}{1+ut-u-t} \tag{5}$$

   Donner le coefficient directeur de cette droite et, à l'aide de l'inégalité (4), déterminer son signe.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (d) avec les axes de coordonnées du plan $(x\,;y)$.

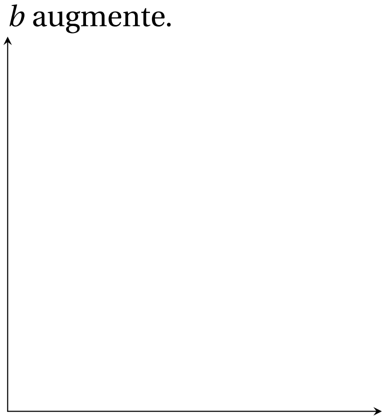
   On rappelle que l'équation de (d) est : $y = -\dfrac{b}{1+ut-u-t}x + \dfrac{\mathrm{H}+\mathrm{K}}{1+ut-u-t}$

5. Faire un schéma représentant cette droite dans le plan $(x\,;y)$.

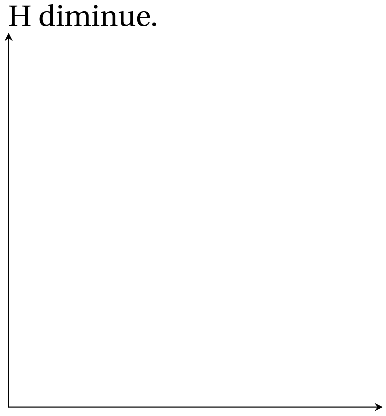


6. Dans chacun des cas suivants, représenter sur un schéma les mouvements de la droite (d) lorsque :

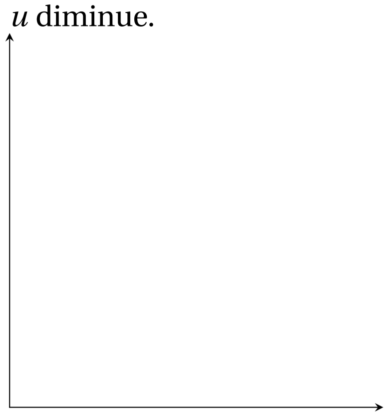
   (i) b augmente.

   (ii) H diminue.

   (iii) u diminue.

NOM, Prénom : .... Groupe : ....

fasest — Université de Lille	**Mathématiques 1** **Interrogation n° 1**	L1 Économie Gestion

Durée : 45 minutes — Documents autorisés : aucun — Calculatrice : non autorisée

---

Les nombres r et s sont deux réels tels que :

$$0 < r < 1 \tag{1}$$

$$0 < s < 1 \tag{2}$$

Pour les deux questions suivantes, détailler chaque étape, en justifiant lorsque nécessaire.

1. Démontrer que :

$$0 < 1 - s(1-r) < 1 \tag{3}$$

$0 < r < 1 \Leftrightarrow 0 > -r > -1 \Leftrightarrow 1 > 1-r > 0 \Leftrightarrow 0 < 1-r < 1$

$0 < s < 1$ et $0 < 1-r < 1 \Rightarrow 0 < s(1-r) < s < 1 \Rightarrow 0 < s(1-r) < 1$

Et on recommence : $0 > -s(1-r) > -1 \Rightarrow 1 > 1 - s(1-r) > 0$

Soit $0 < 1 - s(1-r) < 1$.

2. En déduire que :

$$\frac{1}{1-s(1-r)} > 1 \tag{4}$$

La fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$, $\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

de l'encadrement (3) $0 < 1-s(1-r) < 1$ on déduit, en appliquant l'inverse, que $\frac{1}{1-s(1-r)} > \frac{1}{1} = 1$

Pour les trois prochaines questions, les nombres h, E, F sont des réels strictement positifs.

3. Dans le plan $(x\,;y)$, on considère la droite (d) d'équation :

$$y = -\frac{E}{1-s(1-r)}x + \frac{h+F}{1-s(1-r)} \tag{5}$$

Donner le coefficient directeur de cette droite et, à l'aide de l'inégalité (4), déterminer son signe.

On reconnait l'équation réduite d'une droite de la forme $y = ax+b$.

Le coefficient directeur est "a" soit ici $a = -\frac{E}{1-s(1-r)}$

On a $E > 0$ et $\frac{1}{1-s(1-r)} > 0$ donc $-\frac{E}{1-s(1-r)} < 0$.

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (d) avec les axes de coordonnées du plan $(x\,;y)$.
On rappelle que l'équation de (d) est : $y = -\frac{E}{1-s(1-r)}x + \frac{h+F}{1-s(1-r)}$

∘ La droite (d) coupe (O, y) [ordonnées] en (O ; b) soit ici $A\left(0\,;\frac{h+F}{1-s(1-r)}\right)$

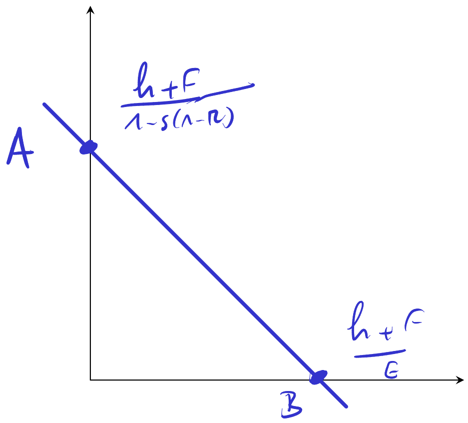
∘ (d) coupe (O, x) [abscisses] en $x = -\frac{b}{a} = \frac{-\frac{h+F}{1-s(1-r)}}{-\frac{E}{1-s(1-r)}}$ } fraction au dénominateur

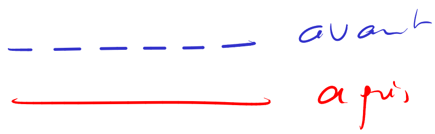
se simplifient

$x = \frac{h+F}{1-\cancel{s(1-r)}} \times \frac{1-\cancel{s(1-r)}}{E} = \frac{h+F}{E}$

(d) coupe (O, x) en $B\left(\frac{h+F}{E}\,;0\right)$.

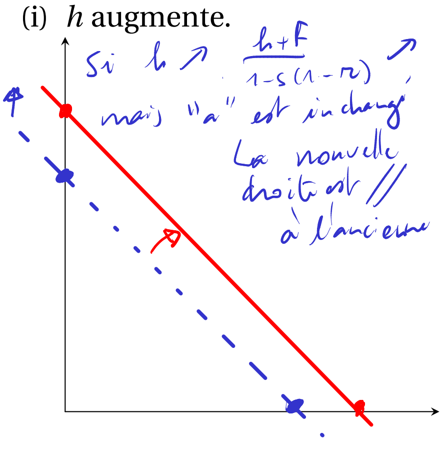
5. Faire un schéma représentant cette droite dans le plan $(x\,;y)$.



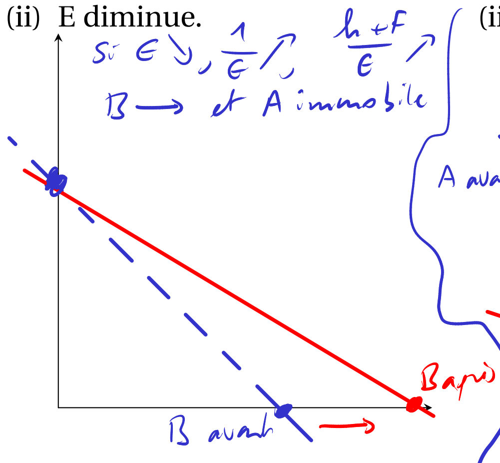


6. Dans chacun des cas suivants, représenter sur un schéma les mouvements de la droite (d) lorsque :

(i) h augmente.



(ii) E diminue.



(iii) s diminue.