

Devoir Surveillé – Outils mathématiques – Novembre 2025 Sections 1 et 3 – FaSEST – Durée 2h
--

Les documents sont interdits. Seules les calculatrices de type collège sont autorisées.

Le sujet comporte **3 exercices**. Aucun brouillon ne sera corrigé. Les résultats doivent être **justifiés**.

**Exercice 1** (7.5 points)

- 1) Résoudre l'équation  $2x^2 - 6x + 4 = 0$
- 2) Résoudre l'équation  $2x^4 - 6x^2 + 4 = 0$
- 3) Soit  $A(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$ 
  - a) Montrer que  $x = -2$  est racine de l'équation  $A(x) = 0$ .
  - b) Déterminer trois constantes  $a, b, c$  telles que  $A(x) = (x+2)(ax^2+bx+c)$
  - c) Résoudre  $A(x) = 0$ .
  - d) Résoudre  $A(x) > 0$ .

**Exercice 2** Les parties 1 et 2 sont **indépendantes** (6.5 points)

Partie 1 (4.5 points)

La demande en places de théâtre est modélisée par la droite d'équation  $y_D = mp + b$ . Le théâtre vend 40 places à 80 euros et 120 places à 40 euros.

- 1) Montrer que  $y_D = -2p + 200$ .

La fonction offre est modélisée par la droite d'équation  $y_O = 3p - 100$ .

- 2) Déterminer, **par le calcul**, le prix et la quantité d'équilibre.
- 3) Retrouver ce résultat **graphiquement**.

Partie 2 (2 points)

Soit la droite  $D_k$  définie par l'équation  $y = (2k+1)x - (3k+1)$  où  $k$  est un réel.

- 1) A quelle condition sur  $k$ , la droite représente-t-elle une fonction croissante ?
- 2) A quelle condition sur  $k$ , la droite est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?
- 3) A quelle condition sur  $k$ , la droite passe-t-elle par l'origine du repère ?

Soit la droite  $D_p$  définie par l'équation  $y = (2p-1)x$  où  $p$  est un réel.

- 4) A quelle condition sur  $k$  et  $p$ , les droites  $D_k$  et  $D_p$  sont-elles parallèles ?

### **Exercice 3** (6 points)

1) Soit  $(U_n)$  est une **suite arithmétique** telle que  $U_4 = 8$  et  $U_{12} = -16$ .

Déterminer la raison  $r$  de la suite et son premier terme  $U_0$ .

Donner l'expression de  $U_n$  en fonction de  $n$ .

Calculer la somme  $S$  des 13 premiers termes.

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  (justifier)

2) Soit  $(V_n)$  est une **suite géométrique** de premier terme  $V_0 = 1/2$  et de raison  $q = 4$ .

Calculer la somme  $S = V_4 + \dots + V_{10}$ .

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$  (justifier)

---

### **Exercice BONUS** (2 points)

On considère l'équation  $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3) = 0$  où  $m$  est un réel.

A quelle condition sur  $m$  admet-elle 2 racines distinctes ?