

1 Appliquer une évolution en pourcentage

Rappel du collègue

Pour calculer une évolution en pourcentage on a deux approches.

Exemple : $V_D = 300$ (valeur de départ) augmenté de 20%. Calculer V_A (valeur d'arrivée).

Approche numéro 1 :

$$V_A = V_D + 20\% \times V_D = 300 + 20\% \times 300 = 300 + \frac{20}{100} \times 300 = 300 + 60 = 360$$

Approche numéro 2 :

$$V_A = V_D \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 300 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 300 \times 1.2 = 360$$

La seconde approche fait apparaître le nombre $1 + \frac{20}{100}$ appelé **coefficient multiplicateur**. Elle est plus efficace

Exercice 1

En utilisant la seconde approche, calculer les coefficients multiplicateurs et les valeurs d'arrivées dans les évolutions suivantes :

1. 450 augmenté de 13%
2. 850 diminué de 40%
3. 245 augmenté de 16%
4. 84 diminué de 100% - doit-on être surpris du résultat obtenu dans ce cas ?
5. 1030 augmenté de 100% - même question.

Résumé :

Pour **augmenter** une quantité de $t\%$ on la multiplie par $1 + \frac{t}{100}$.

Pour **diminuer** une quantité de $t\%$ on la multiplie par $1 - \frac{t}{100}$.

Les nombres $1 + \frac{t}{100}$ et $1 - \frac{t}{100}$ sont appelés **coefficients multiplicateurs**.

2 Evolution exprimée en pourcentage

Quand une quantité évolue on distingue **l'évolution absolue** du **taux d'évolution**.

Exemple : Entre 2016 et 2017 le salaire de M. Dupont passe de $V_D = 2\,000\text{ €}$ à $V_A = 2\,300\text{ €}$.

- **L'évolution absolue** est $V_A - V_D = 300\text{ €}$.
Le salaire de M. Dupont a augmenté de 300 €
- **Le taux d'évolution** est $\frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{300}{2000} = 0.15 = 15\%$.
Le salaire de M. Dupont a augmenté de 15% .
- **Le coefficient multiplicateur** est $\frac{V_A}{V_D} = \frac{2300}{2000} = 1.15$.
Le salaire de M. Dupont a été multiplié par 1.15 .

Exercice 2

Calculer les évolutions absolues, les taux d'évolution et les coefficients multiplicateurs des situations suivantes :

1. Entre 2009 et 2013 le prix du mètre carré dans le 16^{ème} arrondissement de Paris est passé de $7\,120\text{ €}$ à $9\,220\text{ €}$.
2. En juillet 2018 le prix d'un ticket de métro à Lille est passé de 1.60 € à 1.65 € .
3. En 2008 Apple sortait l'iPhone 3g 8Go au tarif de 350 € , en 2018 sortait l'iPhone XS Max 256Go à $1\,099\text{ €}$.
4. Une dernière sur les téléphones parce que vous en parlez souvent. Savez-vous combien coûte la fabrication d'un iPhone ?
En 2008, produire un iPhone 3g 8Go coûtait $174.33\text{ \$}$ à Apple.
En 2018, produire un iPhone XS Max 256Go coûte $448\text{ \$}$ à Apple.
Calculez l'évolution absolue et le taux d'évolution en € de la marge (= prix de vente - coût) réalisée par Apple en supposant qu'un $\text{\$}$ coûtait 1.39 € en 2008 et coûte 1.14 € en 2018.

3 Evolutions successives

3.1 Une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$ ne se compensent pas.

Exemple : En 2016 un menu Kebab-Frites-Boisson chez Raoul-Snack coûtait 6 €, en 2017 le menu augmente de 20%, en 2018 il baisse de 20%

2016 : 6 €.

$$2017 : 6 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 6 \times 1.2 = 7.2 \text{ €}$$

$$2018 : 7.2 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 7.2 \times 0.8 = 5.76 \text{ €}$$

On **ne retrouve pas** la valeur de départ en appliquant une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$.

3.2 Evolutions successives

On peut calculer directement le résultat de plusieurs évolutions successives.

Exemple : Chaque week-end, Antoine travaille comme serveur dans un estaminet.

Le premier mois il a gagné 150 € de pourboires.

Le mois suivant, ses pourboires ont augmenté de 20%. Le troisième mois ils ont augmenté de 15%.

Calculer ses pourboires après deux mois.

Étape par étape : 1er mois : 150 € ; 2ème : $150 \times 1.2 = 180 \text{ €}$; 3ème : $180 \times 1.15 = 207 \text{ €}$.

En une seule fois : 1er mois : 150 € ; 3ème mois : $150 \times 1.2 \times 1.15 = 207 \text{ €}$.

Le coefficient multiplicateur global est $1.2 \times 1.15 = 1.38$

En deux mois ses pourboires ont augmenté de 38%.

Propriété : Si une grandeur subit des évolutions successives alors le **coefficient multiplicateur global** est égal aux **produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution**.

Exercice 3 Calculer les coefficients multiplicateurs globaux et les valeurs d'arrivée

1. 300 augmenté de 30% puis diminué de 20%.
2. 280 augmenté de 16% puis diminué de 30%.
3. 7 035 diminué de 15% trois fois de suite.
4. 1.035 augmenté de 4% cinq fois de suite.

3.3 Evolution réciproque

On considère une évolution de V_D à V_A .

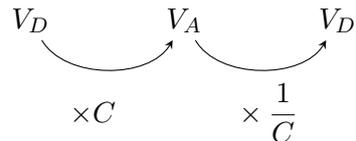
L'évolution réciproque est l'évolution permettant de revenir à la valeur de départ.

Ainsi qu'on l'a déjà dit, l'évolution réciproque d'une hausse de $t\%$ n'est pas une baisse de $t\%$.

On pose les calculs en notant C le coefficient multiplicateur :

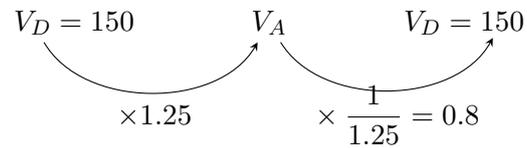
$$V_A = C \times V_D \quad \text{donc} \quad V_D = V_A \times \frac{1}{C}$$

Et on présente ainsi :



Exemple : Un ménage a consommé $V_D = 150$ sacs poubelle en 2015. En 2016 cette valeur a augmenté de 25%. En 2017 elle est revenue à la valeur de 2015.

Calculer le taux d'évolution entre 2016 et 2017.



Le coefficient multiplicateur entre 2016 et 2017 est de 0.8 ce qui correspond à une baisse de 20%

Exercice 4 Calculer les taux d'évolution réciproque des évolutions suivantes.

1. Augmenter de 30%
2. Diminuer de 10%
3. Doubler (= augmenter de 100%)
4. Diminuer de 90%

4 Exercices

4.1 Appliquer une évolution en pourcentage

Exercice 5

Dans chaque cas, calculer la valeur d'arrivée.

1. $V_D = 145$ augmenté de 13%
2. $V_D = 450$ diminué de 20%
3. $V_D = 780$ augmenté de 3%
4. $V_D = 0.387$ diminué de 2% (donner la valeur la plus précise possible).
5. $V_D = 37$ et le coefficient multiplicateur vaut 1.08 ; quel est le pourcentage d'évolution ?

4.2 Calculer un taux d'évolution ou un coefficient multiplicateur

Exercice 6

Dans chaque cas, calculer le coefficient multiplicateur et taux d'évolution. Arrondir à deux décimales.

1. $V_D = 180$ et $V_A = 200$
2. $V_D = 45$ et $V_A = 35$
3. $V_D = 1\,085$ et $V_A = 1\,250$
4. $V_D = 1.53$ et $V_A = 1.38$
5. $V_D = 2\,521$ et $V_A = 4\,443$
6. $V_D = 1\,942$ et $V_A = 1\,837$

Exercice 7

Pour chaque évolution en pourcentage, donner le coefficient multiplicateur associé.

1. Augmenter de 40%
2. Diminuer de 20%
3. Augmenter de 300%
Remarque : peut-on **diminuer** de 300% ?
4. Diminuer de 88%
5. Augmenter de 2%
6. Diminuer de 3%

Exercice 8

Retrouver le taux d'évolution en pourcentage à partir des coefficients multiplicateurs

1. $C_m = 1.3$
2. $C_m = 0.9$
3. $C_m = 4$
4. $C_m = 1.05$
5. $C_m = 0.7$
6. $C_m = 0.97$

Exercice 9

1. Lors d'une évolution du prix d'un appartement, son prix a été multiplié par 1,055.
Donner la nature de cette évolution et le pourcentage de cette évolution
2. L'étude démographique d'une ville montre que la population a été multipliée par 0,82.
Donner la nature de cette évolution et le pourcentage de cette évolution

Exercice 10 La survie des éléphants d'Afrique est menacée par le braconnage (*chasse illégale*). En l'absence de braconnage, on estime le taux de croissance de la population d'éléphants d'Afrique à 1,5 % par an.

La population totale d'éléphants d'Afrique était estimée à 470 000 individus en 2013.

1. Donner la valeur du coefficient multiplicateur associé à cette évolution annuelle.
2. Calculer le nombre d'éléphants d'Afrique en 2014 en l'absence de braconnage.

4.3 Retrouver la valeur de départ

Exercice 11 *Valeur de départ*

Dans chaque cas retrouver la valeur de départ.

1. Un prix a subi une hausse de 14% et vaut maintenant 228 €.
2. Un ordinateur a baissé de 9% pour atteindre 1 125 €.
3. La consommation de carburants routier a baissé de 1.2 % entre 2011 et 2012 pour atteindre 50 millions de m³.

Exercice 12

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en millions de la population française en fonction de l'année.

Année	2000	2002	2004	2006	2008	2010
Nombre d'habitants en millions	...	61.4	62.3	63.2	63.9	64.6

Sachant que le pourcentage de dévolution globale, sur la période 2000 à 2010, a pour valeur 6,78%, déterminer le nombre d'habitants en millions, arrondi au dixième, de la population française en 2000.

Exercice 13 *Retour sur la T.V.A.*

La T.V.A. (*taxe sur les valeurs ajoutées*) est un impôt indirect sur la consommation. C'est la recette fiscale la plus importante de la France, s'élevant à 141.2 milliards d'euros (près de la moitié du prélèvement fiscal).

Il existe quatre taux de T.V.A. (2.1% taux super réduit, 5.5% taux réduit, 10% taux intermédiaire et 20% taux majoré).

On distingue donc deux prix lors d'un achat, le prix Hors Taxe (*Prix HT*) dont l'intégralité revient au marchand et le prix réellement payé par le consommateur (*Prix Toutes Taxes Comprises, Prix TTC*).

Exemple : Martin achète une place de cinéma à 11.08 €. C'est le prix TTC. Le taux de T.V.A. est de 5.5% pour les biens culturels (oui, même s'il va voir « les Tuches » c'est de la culture...). Quel était le prix HT ?

On cherche la valeur de départ : $11.08 = 1.055 \times V_D \iff V_D = \frac{11.08}{1.055} = 10.5 \text{ €}$

Le cinéma empochera donc 10.5 € et la T.V.A s'élève à $11.08 - 10.5 = 0.58 \text{ €}$

En reprenant les taux indiqués ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1. Un sac à dos est vendu 16 € H.T. avec un taux de TVA intermédiaire. Calculer le prix TTC.
2. Un stylo de luxe coûte 180 € TTC avec un taux de TVA étant normal. Calculer le prix HT.
3. Une boîte de brosses à dents contient 100 brosses et le montant de la T.V.A. est de 16€. Elles sont vendues avec un taux de T.V.A normal. Déterminer le prix TTC de la boîte de brosse à dents.

Exercice 14 *Recette, bénéfice et évolutions*

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles. En notant x le nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités, on modélise :

les recettes, en milliers de euros, par la fonction R définie sur $[0; 7]$ par $R(x) = -2x^3 + 4.5x^2 + 62x$

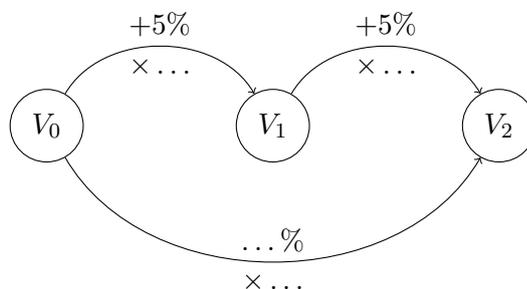
les coûts, en milliers deuros, par la fonction C définie sur $[0; 7]$ par $C(x) = 20x + 10$
 En décembre 2017, l'entreprise a produit 300 coques alors qu'en janvier 2018, l'entreprise n'a produit que 150 coques

1. Déterminer les bénéfices réalisés par l'entreprise pour les mois de décembre 2017 et janvier 2018.
2. Déterminer le taux de dévolution, arrondi au millième près, du bénéfice sur cette période ainsi que le coefficient multiplicateur associé.

4.4 Évolutions successives

Exercice 15 Déterminer la valeur finale

1. Donner le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 5 % ?
2. Compléter le diagramme ci-dessous en indiquant :
 le coefficient multiplicateur permettant de passer de la « valeur 0 » à la « valeur 1 »
 le coefficient multiplicateur permettant de passer de la « valeur 1 » à la « valeur 2 »



3. En déduire le coefficient multiplicateur global associé aux deux augmentations successives de 5% (permettant de passer de la « valeur 0 » à la « valeur 2 »).

Exercice 16 Calculer la valeur d'arrivée.

Préciser le coefficient multiplicateur global et le taux d'évolution global.

1. 143 augmenté de 13% puis de 25 %
2. 448 diminué de 35% puis augmenté de 56%
3. 758 augmenté de 34% puis diminué de 16%
4. 1 550 augmenté 6 fois de 12%
5. 1 234 diminué 4 fois de 9%

Exercice 17 Diabète de Type I

Le diabète de type 1 est une maladie qui apparaît le plus souvent durant l'enfance ou l'adolescence. Les individus atteints par cette maladie produisent très peu ou pas du tout d'insuline, hormone essentielle pour l'absorption du glucose sanguin par l'organisme. En 2016, 542 000 enfants dans le monde étaient atteints de diabète de type 1. Des études récentes permettent de supposer que le nombre d'enfants diabétiques va augmenter de 3% par an à partir de 2016.

Déterminer le nombre d'enfants atteints de diabète de type 1 au cours des quatre premières années de l'étude :

Année	2016	2017	2018	2019
Nombre d'enfants diabétiques	542 000			

Exercice 18

1. Compléter le tableau ci-dessous

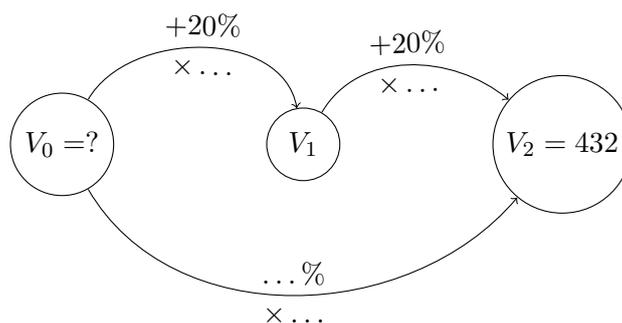
Année	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
Coût d'un Litre d'essence super SP 95	0.612	0.496		0.766	1.036	1.236	
Taux d'évolution sur 5 ans	X	-18.95%	24.40%				-16.18%

La ligne « Taux d'évolution sur 5 ans » donne le taux d'évolution depuis 5 ans. Par exemple entre 1985 et 1990 le coût a baissé de 18.95%

2. Calculer le taux d'évolution des décennies 1990-2000 et 2000-2010.
3. Obtient-on le taux d'évolution 1990-2000 **en ajoutant** les taux d'évolution 1990-1995 et 1995-2000 ? Expliquer.
4. Retrouver le résultat du 2. en **multipliant les coefficients multiplicateurs** $C_{1990-1995}$ et $C_{1995-2000}$.
5. Calculer le taux d'évolution entre 1985 et 2015.
Peut-on retrouver ce résultat en n'utilisant que les coefficients multiplicateurs ?

4.5 Evolution successives : déterminer la valeur initiale**Exercice 19** Déterminer une valeur initiale

Après deux hausses successives de 20% chacune, le prix d'un article atteint 432 €. En vous aidant du diagramme ci-dessous, retrouver la valeur de départ V_0 .

**Exercice 20** Apiculteur

Un apiculteur constate qu'entre le 1^{er} mars 2014 et le 1^{er} mars 2016, la population d'abeilles adultes de sa ruche a diminué de 15 % par an. Au 1^{er} mars 2016 l'apiculteur dénombre 55 200 abeilles adultes dans sa ruche, à combien peut-on estimer le nombre d'abeilles adultes, arrondi à la centaine, qui peuplaient la ruche au 1^{er} mars 2014 ?

Exercice 21 SMIC

Le tableau ci-dessous donne le montant du SMIC mensuel net au 1^{er} septembre de chaque année :

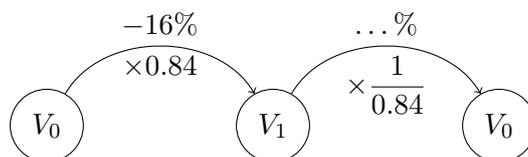
Année	2010	2011	2012	2013
Montant en euros	1118.29	1120.43

1. Déterminer le taux d'évolution du SMIC entre les années 2012 et 2013.
On arrondira la valeur à 10^{-5} près.
2. On suppose constant le taux annuel d'évolution entre les années 2010 et 2013.
Déterminer le montant du SMIC au 1^{er} septembre 2010.

4.6 Évolutions réciproques

Exercice 22 Déterminer une évolution réciproque

En vous aidant du diagramme ci-dessous déterminer le taux d'évolution réciproque d'une baisse de 16%.



Exercice 23

Calculer le taux d'évolution réciproque des évolutions suivantes :

1. Une augmentation de 35%
2. Une diminution de 40%
3. Une augmentation de 24%
4. Une diminution de 35%

4.7 Tableur

Exercice 24 *Voitures électriques*

Dans une ville, on estime qu'à partir de 2013, le nombre de voitures électriques en circulation augmente de 12% par an.

Au 1^{er} janvier 2013, cette ville propose 148 places de parking spécifiques avec borne de recharge. La commune prévoit de créer chaque année 13 places supplémentaires.

La feuille de calcul ci-dessous doit rendre compte de ces données.

Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale »

A	B	C	D	E	F	G	H
Date	janvier 2013	janvier 2014	janvier 2015	janvier 2016	janvier 2017	janvier 2018	janvier 2019
Nombre de voitures électriques	100	112					
Nombre de places spécifiques	148	161					

1. Préciser une formule qui, entrée en cellule C2, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C2 : H2.
2. Préciser une formule qui, entrée en cellule C3, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 : H3.
3. Déterminer le pourcentage global d'évolution du nombre de voitures électriques en circulation entre 2013 et 2016, arrondi à 0,1 %

4.8 Vers le taux moyen

Exercice 25

Le prix d'un objet a augmenté de 44 % en deux ans.

En supposant que l'évolution a été constante pendant ces deux ans, nous allons déterminer le pourcentage de cette évolution sur chaque année.

1. Déterminer le coefficient multiplicateur global C .
2. On note C_{moyen} le coefficient multiplicateur de chaque année. Montrer que $(C_{\text{moyen}})^2 = 1.44$
3. En déduire la valeur de C_{moyen} puis le taux d'évolution de chaque année.

Remarque : C_{moyen} est le **coefficient multiplicateur moyen** de l'évolution.

S'il y a n évolutions successives conduisant à une évolution globale de coefficient multiplicateur C , le coefficient multiplicateur moyen est $C_{\text{moyen}} = C^{\frac{1}{n}}$

Exemple : Après trois évolutions, un prix est passé de 20 000 € à 43 940 €.

Le coefficient multiplicateur global est $C = \frac{43\,940}{20\,000} = 2.197$

Le coefficient multiplicateur moyen est $C_{\text{moyen}} = C^{\frac{1}{3}} = 2.197^{\frac{1}{3}} = 1.3$

Le taux d'évolution moyen est donc de 30%

Exercice 26

Entre 2010 et 2016 le prix d'un article est passé de 22€ à 48€.

Déterminer le taux d'évolution annuel de cet article.