Feuille d'exercices

Logarithme - exponentielle

Exercice 1 :

Simplifier l'écriture des expressions suivantes

a) $\ln e^{-1}$ b) $\ln e^{2}$ c) $\ln\sqrt{e}$ d) $\ln\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ e) $e^{\ln 2}$ f) $e^{-\ln 3}$ g) $e^{2\ln 2}$ h) $e^{\frac{1}{2}\ln 3}$

Exercice 2 :

Résoudre les équation suivantes dans IR (trouver l'ensemble des x ou t pour lesquels l'égalité suivante est vraie)

a) $\ln t+\dfrac{1}{2}=0$ b) $e^{t}-2=0$ c) $2\ln x=\ln 3+\ln(2x+3)$ c) $\ln x^{2}=\ln 3+\ln(2x+3)$ ❢*danger c)d)*

e) $e^{2t}-4e^{t}+3=0$

Exercice 3 :

Calculer les limites suivantes si elles existent :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^{2}+1}$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^{2}+1)}{x^{3}}$ c) $\lim\limits_{x\to 0}(x-\ln x)$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$ e) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x}-\ln x)$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x^{2}-1}$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^{2}+3}{e^{2x}}$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^{3}-e^{x})$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)e^{-x}$ e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}e^{-3x}$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{1+x^{2}}}{x^{2}\ln x}$ g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3^{x}}{x^{4}}$

Exercice 4 :

Etudier et représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$ définie sur $I=]0;+\infty[$ b) $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ définie sur $I=]0;+\infty[$ ⓘ $\left((e^{u})'=u'e^{u}\right)$

Exercice 5 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1;e]$ par : $f(x)=x^{2}\ln x$

1) Calculer $f'(x)$. Etudier son signe. En déduire le sens de variation de f.
2) Tracer la courbe représentant f dans un repère orthonormal (unités : 2cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
3) Démontrer qu'il existe un unique a dans l'intervalle $[1;2]$ tel que $f(a)=1$. Donner une valeur de a à 10^{-2}.

Exercice 6 :

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x)=x-e^{x}$

1) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

b) Déterminer $g'(x)$ et étudier les variations de g

2) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=\dfrac{x^{2}}{2}-e^{x}$

a) montrer que $f'(x)=g(x)$. Indiquer les variations de f.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ a une solution unique appartenant à l'intervalle $[-1;0]$.

d) Tracer la courbe C représentant f dans un repère orthonormal.

Exercice 7 :

Etudier sur l'intervalle $[-5;5]$ la fonction $f(x)=2ch\dfrac{x}{2}=2\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)$

Exercice 8

Calculer $\arccos x+\arcsin x$