

Terminale NSI - Structures de données

Arbres binaires, résumé

Qu'est-ce qu'un arbre en informatique ?

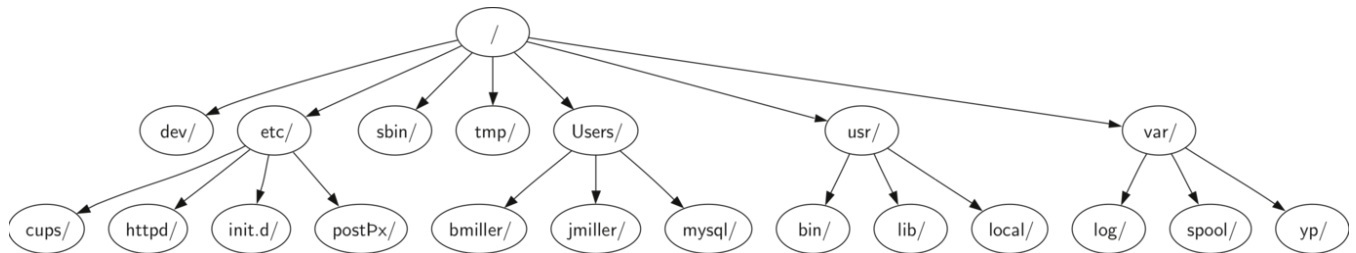
Arbre :

Les *arbres* sont des structures de données

- hiérarchiques,
- naturellement récursives,

utilisées pour représenter des ensembles de données structurées hiérarchiquement.

- Les dossiers d'un ordinateur forment un arbre



- Les balises d'une page html forment un arbre.

Particularité de la structure des arbres

- Elle **non linéaire** (par opposition aux listes, files, piles, tableaux)
- Elle peut être définie **récursivement** :
 - L'arbre est un ensemble de nœuds accessibles depuis un nœud racine
 - Chaque nœud étant une structure composée d'une valeur et d'une liste de références vers d'autres nœuds
 - **contraintes** :
 1. aucune référence n'est dupliquée (chaque nœud a un unique parent),
 2. aucune référence ne désigne le nœud racine (qui n'a donc pas de parent).

Arbres binaires

On se restreint aux *arbres binaires* pour lesquels la liste des références vers d'autres nœuds comporte au plus deux éléments.

Vocabulaire

- un *nœud* est caractérisé par
 - une donnée (on parle aussi d'étiquette),
 - un nombre fini de fils.
- une *arête* relie deux nœuds. Chaque nœud, à l'exception de la racine, est relié à un autre nœud, son père, par exactement une arête entrante. Chaque nœud peut avoir une ou plusieurs arêtes sortantes le reliant à ses fils. On parle aussi de *lien*.
- la *racine* d'un arbre est le seul nœud sans père.

- un *chemin* est une liste de nœuds reliés par des arêtes.
- une *branche* est le chemin le plus court reliant un nœud à la racine.
- les *fil*s sont l'ensemble des nœuds reliés à un même nœud par des arêtes entrantes.
- le *père* ou *parent* est le nœud relié à ses nœuds fils par une arête sortante.
- un *sous-arbre* est l'ensemble des nœuds et arêtes d'un nœud parent et de ses descendants.
- une *feuille* est un nœud sans fils.
- un *nœud interne* est un nœud qui n'est pas une feuille.

Pour assurer la cohérence de ces définitions, on considère que l'arbre vide n'est pas un nœud.

→ Quelques mesures sur les arbres

- la *taille* d'un arbre est le nombre de nœuds de l'arbre.
- la *profondeur* d'un nœud est le nombre d'arêtes sur la branche qui le relie à la racine. Racine : profondeur nulle.
- la *hauteur* d'un arbre est la profondeur maximale de l'ensemble des nœuds de l'arbre.
- l'*arité d'un nœud* est le nombre de fils du nœud.
- l'*arité d'un arbre* est le nombre maximal de fils des nœuds de l'arbre.

→ Définition. Arbre binaire

Un *arbre binaire* est donc un arbre d'arité deux.

Un arbre binaire est

- soit l'arbre vide, noté Δ ;
- soit un triplet (e, g, d) , appelée *nœud*, dans lequel
 - e est l'élément, ou encore *étiquette*, de la racine de l'arbre,
 - g est le sous-arbre gauche de l'arbre, et
 - d est le sous-arbre droit de l'arbre.

Les sous-arbres gauche et droit d'un arbre binaire non vide sont eux-mêmes des arbres binaires. La structure d'arbre binaire est donc une structure récursive.

- on appelle *fil gauche*, resp. *fil droit*, le sous-arbre gauche, resp. droit, d'un nœud.

Caractériser les arbres binaires

Les arbres binaires sont caractérisés par le fait que chaque nœud possède au plus deux fils.

Autres caractéristiques, permettant d'identifier des arbres pour lesquels le coût de certaines opérations sera minimal, ou de définir des algorithmes spécifiques.

- Un arbre binaire **filiforme** ou *dégénéré* est un arbre dans lequel tous les *nœuds internes* n'ont qu'un seul *fil*.
(Un arbre filiforme ne possède donc qu'une unique feuille.)
- Un arbre binaire **localement complet** ou arbre binaire *strict* est un arbre dont tous les *nœuds internes* possèdent exactement deux *fil*s.
(Autrement dit, un arbre binaire localement complet est un arbre dont chaque nœud possède zéro ou 2 fils. L'arbre vide n'est pas localement complet.)
- Un arbre binaire **complet** est un arbre binaire *localement complet* dans lequel toutes les *feuilles* sont à la même *profondeur*. (Il s'agit d'un arbre dont tous les niveaux sont remplis.)
- Un arbre binaire **parfait** est un arbre dans lequel tous les niveaux sont remplis à l'exception *éventuelle* du dernier, et dans ce cas les feuilles du dernier niveau sont alignées à gauche.
- Un arbre binaire **équilibré** est un arbre dont les deux fils sont des arbres équilibrés dont les hauteurs diffèrent d'au plus une unité.
Ainsi, l'accès à n'importe lequel des *nœuds* est en moyenne minimisé.