L1S2 Maths 2 - Révisions

Exercice 1

Soit f définie par $f(x) = \dfrac{3x^2 - x + 10}{x - 5}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D de f.
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D ainsi que les asymptotes à la courbe de f.
3. Déterminer trois réels a, b, c tels que, pour tout $x \in D$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-5}$.
   En déduire l'existence d'une droite Δ, dont on précisera l'équation, asymptote à C_f en $+\infty$ et $-\infty$.
4. Etudier la position relative de C et Δ.

Exercice 2

Soit $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

1. Déterminer le domaine de définition D de f.
2. Etudier les limites de f aux bornes de D.
3. Construire le tableau de variation de f.
4. Justifier que f réalise une bijection de $I =]3; +\infty[$ dans un intervalle J que l'on déterminera.
5. Déterminer l'expression de la bijection réciproque.

Exercice 3

Soit $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ telle que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{si} \quad 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

1. Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}^+$.
2. Etudier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}^+$.
3. Déterminer le sens de variation de f.
4. Démontrer que f admet une fonction réciproque dont on déterminera le domaine de définition et l'expression.
   Sans calcul supplémentaire, que peut-on dire de f^{-1} ?

Exercice 4

On considère la fonction f définie par $f(x,y) = \dfrac{2x-3}{x^2+y-1}$

1. Déterminer le domaine de défininition de f et le représenter.
2. Déterminer et représenter les lignes de niveau k de f.
3. Calculer les dérivées partielles du premier ordre de f
4. Déterminer le développement limité de f du premier ordre au point $A(2;1)$
5. Déterminer une valeur approchée de f en $B(1,99; 1,02)$.

Exercice 5

1. Déterminer les extrema de $f(x,y) = x^2 - 2xy$ sous la contrainte $x + y = 1$.
2. Déterminer les extrema de $f(x,y) = xy$ sous la contrainte $x - e^y = 0$.